

ÉDITIONS
**LOISIRS
ET PÉDAGOGIE**
apprendre

—
Rémy Bucheler

#05

ARITHMÉTIQUE COMMERCIALE

POURCENTAGES, INTÉRÊTS, IMPÔT ANTICIPÉ, MONNAIES ÉTRANGÈRES

THÉORIE ET EXERCICES

LES CAHIERS FORMATION

Cette collection aborde des matières complexes en adoptant un style direct et facile à comprendre. Chaque titre contient de nombreux exemples et exercices, permettant de vérifier les notions acquises et de les mettre en pratique. Destinés à un large public, ces cahiers peuvent servir d'initiation pour l'autodidacte, de support de cours ou d'outil de révision. Chaque cahier peut être utilisé de manière autonome ou en combinaison avec d'autres titres de la collection.

Retrouvez les corrigés des exercices sur :

editionslep.ch/cahiers-formation

Responsable éditorial : Cyril Jost
Conception et réalisation : Editions Loisirs et Pédagogie
Relecture contenu : Martine Théraulaz Beaud, Valentin Kronegg
Relecture typographique : Leroy*lire*, Lausanne

Edition 2013
© LEP Loisirs et Pédagogie SA, 2013
Le Mont-sur-Lausanne

ISBN 978-2-606-01534-3
LEP 935160A1
I 0713 1SRO

Imprimé en Suisse
Tous droits réservés pour tous les pays

www.editionslep.ch

ARITHMÉTIQUE COMMERCIALE

Ce cahier présente les notions fondamentales de l'arithmétique commerciale. Le calcul des pourcentages, la règle de trois, le calcul des intérêts, le calcul de l'impôt anticipé et la conversion en monnaies étrangères sont expliqués dans un langage simple et accessible.

Sommaire

Pourcentages	5
1. Le calcul avec pourcentage.....	5
2. La détermination du pourcentage.....	6
3. Quelques exemples de calculs avec des pourcentages	7
Exercices.....	10
Intérêts et impôt anticipé	13
1. Les calculs d'intérêts	13
2. Le calcul des jours	15
3. Les autres formules de l'intérêt.....	16
4. L'impôt anticipé	19
5. Le compte courant	21
Exercices.....	24
Monnaies étrangères.....	33
1. Les taux de change	33
2. Les opérations de change	36
Exercices.....	38

2 La détermination du pourcentage

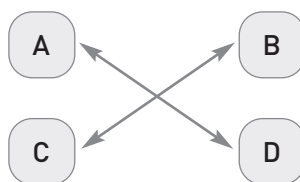
Lorsqu'on veut faire des comparaisons, il est nécessaire de disposer d'une base de calcul commune. C'est l'intérêt de déterminer un pourcentage.

→ Le pourcentage nous indique un **ordre de grandeur**, pas un montant précis.

Règle de trois

Le calcul du pourcentage se fait au moyen d'une **règle de trois**.

- On compare les deux grandeurs entre elles, pour déterminer le rapport en fonction de 100. Ce rapport est le pourcentage.
- La règle de trois met en balance trois valeurs et permet d'en obtenir une quatrième. On l'appelle également «**multiplication en croix**».
- La règle mathématique est la suivante : si le rapport entre A et B est le même que celui entre C et D, alors on peut multiplier en croix et les deux multiplications seront égales.



$$A \times D = B \times C$$

Du coup, si on ne connaît pas A, on peut le calculer :

$$A = \frac{B \times C}{D}$$

Pour le pourcentage, on connaît deux valeurs et on aimerait savoir leur rapport en fonction de 100.

- Nous avons donc trois données et voulons obtenir la quatrième, dans le même rapport.
- Il suffit de résoudre la règle de trois.

Calcul d'un rabais

- Un client a acheté des marchandises d'une valeur de 2'000 francs. Sur ce montant, il a obtenu 50 francs de rabais. A quel pourcentage cela correspond-il ?

Nous souhaitons savoir ce que les 50 francs représentent par rapport à 2'000 francs, en un chiffre par rapport à 100. Le système est alors :

$$50 \leftrightarrow 2'000 \leftarrow 50 \text{ de rabais pour } 2'000 \quad \rightarrow x = \frac{50 \times 100}{2'000} = 2,5$$

$$x \leftrightarrow 100 \leftarrow \text{combien de rabais pour } 100 ?$$

Le rabais obtenu est de **2,5%**.

- Ce client a-t-il fait une meilleure ou une moins bonne affaire que sa voisine, qui a obtenu 60 francs de rabais sur un achat de 2'550 francs ?

Il suffit de déterminer, à nouveau, le pourcentage du rabais.

$$60 \leftrightarrow 2'550 \leftarrow 60 \text{ de rabais pour } 2'550 \quad \rightarrow x = \frac{60 \times 100}{2'550} = 2,35$$

$$x \leftrightarrow 100 \leftarrow \text{combien de rabais pour } 100 ?$$

Le rabais obtenu est de **2,35%**.

- Sa voisine n'a pas fait une meilleure affaire, car son rabais est, en proportion, inférieur. Certes, elle a obtenu un rabais de 60 francs, mais sur des achats dont le montant est plus élevé. Seul le pourcentage permet de savoir, **sur la même base**, qui a eu le rabais le plus important.

→ Exercices 2 à 4, pp. 10-11

3**Quelques exemples de calculs avec des pourcentages****Rabais**

Dans le langage commercial, on appelle montant « brut » le prix **avant** le rabais et montant « net » le prix **après** le rabais.

- ➔ Le rabais se calcule sur le montant brut. Il est ensuite soustrait pour obtenir le montant net.
- ➔ Si on ne dispose que du montant net, le rabais et le montant brut peuvent alors être retrouvés grâce à une règle de trois.

EXEMPLE

Calcul d'un rabais

Un client a payé des bouteilles de vin 2'700 francs nets. Il a bénéficié d'un rabais de 10%, parce qu'il est bon client. Quel est le montant du rabais dont a bénéficié le client et quel était le prix brut des bouteilles achetées ?

Les 2'700 francs sont le montant **après** rabais de 10%, ils correspondent donc au 90 % du prix.

Pour retrouver le prix brut (= 100%), il faut faire une règle de trois :

$$\begin{array}{lcl}
 2'700 & \leftrightarrow & 90\% \leftarrow 2'700 \text{ est le } 90\% \text{ du prix brut} \\
 x & \leftrightarrow & 100\% \leftarrow \text{combien pour } 100\%?
 \end{array}
 \quad \rightarrow x = \frac{2'700 \times 100}{90} = \mathbf{3'000 \text{ francs}}$$

Sur un prix brut de **3'000 francs**, le rabais obtenu est de **300 francs**.

Escomptes

La pratique commerciale accorde également des escomptes.

- ➔ L'escompte est une réduction du paiement, s'il est fait rapidement. Lorsqu'un vendeur accorde un escompte, il indique, par exemple, que la facture peut être payée en totalité à 30 jours ou avec 2,5% d'escompte dans les 10 jours.
- ➔ Le rabais est un geste commercial. Lorsqu'un vendeur accorde un rabais, il diminue le prix d'une marchandise.
- ➔ L'escompte, par contre, est un geste financier. C'est parce que le client paie rapidement qu'il a la possibilité de payer moins cher.
- ➔ Le calcul de l'escompte est identique au calcul du rabais. Si une facture contient également un rabais, l'escompte se calcule sur le montant à payer.

EXEMPLE

Calcul d'un escompte

La facture d'un fournisseur mentionne « CHF 10'000 nets à 30 jours ou 2% d'escompte à 10 jours ». Quels sont les choix offerts à l'entreprise ?

L'escompte est de :

$$2\% \times 10'000 = \mathbf{200 \text{ francs}}$$

L'entreprise peut choisir de payer dans les 10 jours, et ne s'acquittera que de **9'800 francs** pour un achat valant en réalité **10'000 francs**, ou elle peut attendre la fin du délai de 30 jours et payer la facture dans sa totalité.

EXEMPLE

Calcul du taux d'un escompte

Un boucher achète pour 1'500 francs bruts de viande auprès d'un fournisseur. Il bénéficie d'un rabais de 10%. Au moment du paiement, il a la possibilité de déduire 40.50 francs d'escompte s'il paie dans les 5 jours. Quel est le taux de l'escompte ?

Le prix à payer est le prix net, rabais déduit. Le rabais se monte à :

$$10\% \times 1'500 = \mathbf{150 \text{ francs}}$$

Le prix net est donc de **1'350 francs**.

Le boucher peut obtenir 40.50 francs d'escompte du prix à payer. Par une règle de trois, on peut connaître le taux de l'escompte :

$$\begin{array}{l}
 1'350 \leftrightarrow 100\% \leftarrow 1'350 \text{ représentent } 100\% \text{ du prix net} \\
 40.50 \leftrightarrow x \leftarrow \text{Combien de pourcents du prix net} \\
 40.50 \text{ représentent-ils ?}
 \end{array}
 \quad \rightarrow x = \frac{40.50 \times 100}{1'350} = \mathbf{3\%}$$

Le taux d'escompte est de **3%**.

→ Exercices 5 à 7, p. 11

Exercices

Exercice 1

Calcul d'un rabais

Un magasin fait 10 % de rabais pour tout achat au-dessus de 100 francs et 15 % de rabais pour tout achat au-dessus de 200 francs.

- Quel est le rabais pour un achat de 141 francs ?
- Quel est le rabais pour un achat de 350 francs ?
- Quel est le montant à payer, compte tenu du rabais, si vous achetez un pantalon à 89 francs, une chemise à 49 francs et une paire de chaussures à 120 francs ?

Exercice 2

Détermination du pourcentage

Si vous achetez pour 400 francs de marchandises et que le vendeur vous accorde un rabais de 50 francs, à quel pourcentage correspond ce rabais ?

Exercice 3

Détermination du pourcentage

Rémy achète une moto pour 4'050 francs, alors que le prix affiché était de 4'500 francs. Quel est le rabais que le vendeur lui a accordé ?

Exercice 4**Détermination du pourcentage**

Ignacio achète une montre à 200 francs, alors que le prix affiché était de 250 francs, tandis que Sofia achète un livre à 37.50 francs au lieu de 50 francs. Qui a bénéficié du plus grand rabais, en pourcentage ?

Exercice 5**Calcul avec pourcentage**

Fernando a acheté un lot de 100 pots de peinture pour 2'112 francs nets, après avoir bénéficié d'un rabais de 12%. Quel était le prix brut d'un pot de peinture ?

Exercice 6**Calcul d'un escompte**

La facture d'un fournisseur se monte à 15'000 francs, avec la mention « payable à 30 jours, ou 1 % d'escompte à 10 jours ». Quel est le montant dû si le client paie après 5 jours ?

Exercice 7**Calcul du taux d'un escompte**

Vous achetez pour 2'500 francs de marchandises et bénéficiez d'un escompte de 62,50 francs si vous payez dans les 10 jours. Quel est le taux d'escompte ?

Le prorata

Si le placement ne dure pas une année entière, les intérêts doivent être calculés au prorata.

- ➔ Le taux d'intérêt concerne toujours une année entière. Si le placement ou l'emprunt ne durent pas une année, une règle de trois est effectuée.
- ➔ Par exemple, pour six mois, seule la moitié des intérêts d'une année sera payée (6 mois sur 12 = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$). Pour trois mois, seul le quart des intérêts ($\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$). Pour un mois, seul un douzième des intérêts ($\frac{1}{12}$).
- ➔ En pratique, on ne calcule jamais les intérêts sur plus d'une année, car, pour tous les emprunts ou tous les placements, **les intérêts sont dus au minimum une fois par année.**

Calcul de l'intérêt

La formule de base de l'intérêt tient compte du montant placé ou emprunté, du taux d'intérêt et de la durée du placement.

- ➔ Le montant placé ou emprunté est appelé le « capital ».
- ➔ Pour obtenir le montant des intérêts, le capital est multiplié par le taux d'intérêt et par la durée du placement.
- ➔ Comme le taux d'intérêt est un pourcentage, il est présenté sous la forme d'une division par 100. Et comme le taux indique les intérêts pour une année, on tient compte de la durée en multipliant par le nombre de jours divisés par 360.

$$\text{Intérêt} = \text{Capital} \times \frac{\text{Taux}}{100} \times \frac{\text{Nombre de jours}}{360}$$

Ou, plus simplement :

$$i = \frac{c \times t \times n}{100 \times 360}$$

EXEMPLE

Calcul d'intérêts

Quels sont les intérêts à payer sur un emprunt de 50'000 francs, au taux d'intérêt de 6 %, pendant 5 mois ?

capital emprunté taux d'intérêt 5 mois = 150 jours (pour ce type de calcul, chaque mois, quel qu'il soit, compte 30 jours)

Par la formule, on obtient :

$$i = \frac{50'000 \times 6 \times 150}{100 \times 360} = 1'250 \text{ francs}$$

2 Le calcul des jours

Pour calculer la durée d'un placement, on applique en Suisse l'usage dit « allemand ».

- Afin de rendre les calculs plus simples, l'année est divisée en **12 mois de 30 jours** chacun.
- L'année fait donc 360 jours (c'est pourquoi, dans la formule, on écrit $\frac{1}{360}$) et chaque mois fera, pour les calculs, toujours 30 jours.

Afin de calculer correctement le nombre de jours, il faut donc adapter les dates réelles au calendrier de 360 jours.

- Pour cela, une règle toute simple doit être suivie : **le dernier jour du mois est le 30^e jour**. Tous les autres jours restent les mêmes.
- Par exemple, le 15 janvier reste le 15 janvier pour le calcul, et le 30 janvier reste également le 30 janvier.
- Par contre, le 31 janvier, qui est le dernier jour du mois, comptera comme le 30 janvier dans le calcul.
- Lorsque le mois de février dure 28 jours, c'est le 28 février qui compte comme le 30 février au moment du calcul.
- Par contre, lorsqu'il y a 29 jours (année bissextile*, tous les quatre ans), le 28 février reste le 28 février pour le calcul, et c'est le 29 février, dernier jour du mois, qui devient le 30 février.

Le calcul du nombre de jours séparant deux dates se fait en trois étapes.

1. Pour le premier mois, on calcule le nombre de jours entre le départ et la fin du mois. Comme tous les mois comptent 30 jours, on fait la soustraction : **30 – jour de départ**.
2. Ensuite, on compte le nombre de mois complets. Ils font tous 30 jours. On fait donc la multiplication : **30 × nombre de mois complets**.
3. Pour le dernier mois, on prend simplement **le jour d'arrivée**.

* Pour savoir si une année est bissextile, il suffit de diviser l'année en question par 4. Si le résultat est un nombre entier (par exemple $2012/4 = 503$), alors il s'agit d'une année bissextile.

EXEMPLE

Calcul des jours

Combien de jours s'écoulent du 18 janvier au 25 juin ?

$$\begin{array}{r}
 12 \leftarrow \text{Nombre de jours en janvier (30 - 18)} \\
 \text{Nombre de mois complets de février à mai, soit } 4 \times 30 \rightarrow 120 \\
 + 25 \leftarrow \text{Nombre de jours en juin} \\
 \hline
 157
 \end{array}$$

Le total de jours est donc de **157 jours**.

Avec le mois de février, il ne faut pas oublier que le 28 février (ou le 29 février les années bissextiles) devient le 30 février.

Combien de jours s'écoulent du 14 novembre au 28 février dans le cas d'une année normale (et non bissextile) ?

$$\begin{array}{r}
 16 \leftarrow \text{Nombre de jours en novembre (30 - 14)} \\
 \text{Nombre de mois complets : décembre et janvier, soit } 2 \times 30 \rightarrow 60 \\
 + 30 \leftarrow \text{Nombre de jours en février : 30 (le 28 février compte comme le 30 février, puisque c'est le dernier jour du mois).} \\
 \hline
 106
 \end{array}$$

Le total de jours est donc de **106 jours**.

Si nous étions une année bissextile, le 28 février ne serait plus le dernier jour du mois. Il compterait donc pour 28 dans le calcul et le total serait de 104 jours.

→ Exercices 3 à 6, pp. 24-25

3**Les autres formules de l'intérêt**

Formules Voici la formule de base de l'intérêt :

$$i = \frac{c \times t \times n}{100 \times 360}$$

On peut également tirer trois autres formules qui permettent de calculer le **capital**, le **taux** ou la **durée** à partir des trois autres informations :

$$c = \frac{100 \times 360 \times i}{t \times n}$$

$$t = \frac{100 \times 360 \times i}{c \times n}$$

$$n = \frac{100 \times 360 \times i}{c \times t}$$

Mathématiquement, l'intérêt est une simple règle de trois. Dès lors qu'on connaît les trois autres informations, on peut obtenir la quatrième.

EXEMPLE

Calcul du capital

Combien devez-vous déposer sur un compte épargne à 3,5% si vous souhaitez gagner 500 francs d'intérêts en 6 mois ?

$$c = \frac{100 \times 360 \times 500}{3,5 \times 180} = 28'571.45 \text{ francs}$$

100 x 360 intérêts
↑ ↑
taux 6 mois = 180 jours

Calcul du taux

Le client d'une banque a reçu 120 francs d'intérêts pour une somme de 48'000 francs laissée sur un compte courant pendant une année. Quel est le taux d'intérêt payé par la banque ?

$$t = \frac{100 \times 360 \times 120}{48'000 \times 360} = 0,25\%$$

100 x 360 intérêts
↑ ↑
capital 1 année = 360 jours

Calcul de la durée

Une entreprise a placé 750'000 francs sur un compte de placement rémunéré à 1,25%. Elle désire en retirer 25'000 francs d'intérêts. Combien de temps doit-elle attendre ?

$$n = \frac{100 \times 360 \times 25'000}{750'000 \times 1,25} = 960 \text{ jours}$$

100 x 360 intérêts
↑ ↑
capital taux
(voir la remarque ci-après)

Paiement des intérêts

En pratique, ce genre de formules ne sera pas utilisé pour des placements supérieurs à une année.

- ➔ Qu'il s'agisse d'un placement ou d'un emprunt, les intérêts sont toujours payés au minimum une fois par année.
- ➔ S'ils ne sont pas versés séparément, les intérêts payés ou dus vont s'ajouter au montant placé ou emprunté, et le faire augmenter. Les intérêts de l'année suivante seront alors calculés sur le nouveau montant de l'emprunt ou du placement. C'est ce qu'on appelle les « intérêts composés ».