

MATHÉMATIQUES BAC-CH 0

LES BROCHURES DE MATHÉMATIQUES BAC-CH

Imaginéés et conçues par un professeur de gymnase de Lausanne, les brochures de mathématiques BAC-CH proposent un grand choix d'exercices avec solutions rédigées, utilisables dès la fin de la scolarité obligatoire (14 à 16 ans) et jusqu'à la maturité en Suisse romande (18 à 20 ans).

Elles peuvent être utilisées individuellement par des élèves souhaitant consolider leurs connaissances à la maison, en petit groupe par des élèves travaillant de manière autonome, ou par des établissements scolaires publics ou privés souhaitant équiper les élèves de plusieurs classes de même niveau. Elles permettent notamment aux enseignants de disposer d'exercices supplémentaires pour des séances de révision et d'encourager leurs élèves à fournir un travail régulier.

PAR ORDRE PROGRESSIF DE DIFFICULTÉ

Les brochures de mathématiques BAC-CH sont rédigées avec un souci pédagogique de clarté et d'efficacité, de manière à favoriser un travail autonome de l'élève. Numérotées de 0 à 6, elles sont conçues par ordre progressif de difficulté, en tenant compte de l'âge et du niveau de scolarité des élèves concernés.

Les brochures **BAC-CH 0 et 1** sont principalement destinées à la révision, permettant de consolider des notions de base acquises avant le début de la scolarité postobligatoire. Elles conviennent également aux élèves des classes de diplôme de culture générale, en début de scolarité postobligatoire.

La brochure **BAC-CH 2** est destinée aux élèves en début de scolarité postobligatoire, programme de maturité, niveau standard de mathématiques. Elle convient également aux élèves des classes de diplôme de culture générale, en milieu de scolarité postobligatoire.

Les brochures **BAC-CH 3, 4 et 5** sont destinées aux élèves en fin de scolarité postobligatoire, programme de maturité (élèves des deux dernières années), niveau standard de mathématiques. Une partie des brochures BAC-CH 4 et 5 convient également aux élèves des classes de diplôme de culture générale, pour les deux dernières années de scolarité postobligatoire. Les trois brochures contiennent chacune des données d'examen écrit de maturité de mathématiques de niveau standard, provenant d'épreuves officielles d'établissements secondaires supérieurs de Suisse romande.

La brochure **BAC-CH 6** propose un choix de problèmes extraits des brochures BAC-CH 3, 4 et 5 : problèmes de révision, problèmes d'examen écrit et questions d'examen oral pour préparer l'examen de maturité.

TABLE DES MATIÈRES

La collection des brochures de mathématiques BAC-CH	p.7
Conseils d'utilisation de cette brochure	p.8

0.1 ALGÈBRE I : CALCULS AVEC DES NOMBRES ET DES LETTRES **p.11**

001 Puissances, notation scientifique, règles de calcul	p.12
002 Décomposition d'un nombre entier, PPMC	p.14
003 Racine carrée, racine cubique, simplification d'écriture	p.16
004 Fractions I : amplifier et simplifier, additionner et soustraire	p.18
005 Fractions II : multiplier, inverser, diviser	p.20
006 Algèbre I : réduire (simplifier) une ligne écrite avec des lettres et des parenthèses	p.22
007 Algèbre II : effectuer (multiplier, distribuer, développer) un produit de parenthèses	p.24
008 Algèbre III : effectuer plus rapidement, en utilisant une formule (identité remarquable)	p.26
009 Algèbre IV : factoriser (mettre sous la forme d'un produit) par une mise en évidence	p.28
010 Algèbre V : factoriser plus rapidement, en utilisant une formule (identité remarquable)	p.30

0.2 ALGÈBRE II : RÉOLUTION D'ÉQUATIONS ET DE SYSTÈMES **p.33**

011 Égalités I : additionner ou soustraire une même quantité	p.34
012 Égalités II : multiplier ou diviser par une même quantité	p.36
013 Équations I : résolution d'une équation de degré 1	p.38
014 Équations II : résolution d'une équation de degré 2 par la formule générale (avec Δ)	p.40
015 Équations III : résolution d'une équation de degré 2 par factorisation	p.42
016 Équations IV : résolution d'une équation plus délicate (bicarrée, produit, etc)	p.44
017 Systèmes I : 2 équations à 2 inconnues, de degré 1, résolution par substitution	p.46

018	Systèmes II : 2 équations à 2 inconnues, de degré 1, résolution par combinaison	p.48
019	Systèmes III : 3 équations à 3 inconnues, de degré 1, résolution par combinaison	p.50
020	Systèmes IV : 2 équations à 2 inconnues, de degré 2	p.52

0.3 GÉOMÉTRIE I : CALCULS DE LONGUEURS, ANGLES, AIRES, VOLUMES p.55

021	Quelques outils techniques (algèbre) utiles pour les calculs géométriques	p.56
022	Calculs de proportions I : triangles semblables	p.58
023	Calculs de proportions II : similitudes liées au théorème de Thalès	p.60
024	Triangle rectangle I : le théorème de Pythagore	p.62
025	Triangle rectangle II : les rapports trigonométriques classiques (cos, sin, tan)	p.64
026	Aire et périmètre d'une figure plane I : triangles et quadrilatères	p.66
027	Aire et périmètre d'une figure plane II : cercles	p.68
028	Aire et périmètre d'une figure plane III : arcs de cercle, tranches de cercle (secteurs)	p.70
029	Aire et volume de solides dans l'espace I : pyramides, parallélépipèdes, prismes	p.72
030	Aire et volume de solides dans l'espace II : cônes, cylindres, sphères	p.74

0.4 GÉOMÉTRIE II : CONSTRUCTIONS "À LA RÈGLE ET AU COMPAS" p.77

	Quelques indications (conventions de notations, marche à suivre, justification)	p.78
031	Droites perpendiculaires, droites parallèles, point milieu	p.80
032	Médiatrice, médiane, hauteur d'un triangle	p.82
033	Bissectrice (intérieure / extérieure) d'un triangle	p.84
034	Construire un triangle particulier	p.86
035	Construire un quadrilatère particulier	p.88
036	Translation, symétrie axiale, affinité (orthogonale)	p.90
037	Rotation, symétrie centrale, homothétie	p.92
038	Cercle circonscrit, cercle inscrit et cercles exinscrits d'un triangle	p.94
039	Cercle de Thalès d'un segment, cercle associé à un angle donné (double arc capable)	p.96
040	Tangentes à un cercle (par un point sur le cercle et par un point hors du cercle)	p.98

0.5	GÉOMÉTRIE III : 12 DESSINS GÉOMETRIQUES (DG)	p.101
	Quelques indications (conventions de notations, marche à suivre, justification)	voir p.78
	DG1 et DG2 (points et droites). Avec données graphiques.	p.102
	DG3 et DG4 (points, droites et cercles). Avec données graphiques	p.106
	DG5 et DG6 (points, droites, cercles et tangentes). Avec données graphiques	p.110
	DG7 et DG8 (points et droites).	p.114
	DG9 et DG10 (points, droites et cercles).	p.118
	DG11 et DG12 (points, droites, cercles et tangentes).	p.122
0.6	QUELQUES EXEMPLES D'UTILISATION CONCRÈTE DES MATHÉMATIQUES (SCIENCES, ÉCONOMIE, ARTS)	p.127
051	Ordres de grandeur, du minuscule au gigantesque : usage de la notation scientifique	p.128
052	Performances sportives : vitesse, distance et temps (durée)	p.129
053	Robinets, fontaines, piscines, débit, quantité et temps (durée)	p.130
054	Bijoux, sculptures, masse volumique, masse et volume	p.131
055	Objets flottants, iceberg et ballon de plage : masse volumique et poussée d'Archimède	p.132
056	La terre est ronde, la mer aussi : trigonométrie sur le globe terrestre	p.133
057	Calculs commerciaux : pourcentage, rabais, augmentation, bénéfice, perte	p.134
058	Calculs financiers : capital, taux, intérêt (simple), placement	p.135
059	Géométrie et composition musicale	p.136
060	Géométrie et peinture	p.138
0.7	ÉTAPE SUIVANTE : RÉOLUTION DE PROBLÈMES	p.141
	Présentation de la brochure de mathématiques BAC-CH 1	p.142
	RÉVISION ET CONSOLIDATION DES NOTIONS DE BASE	
	PARTIE II : PROBLÈMES	

Conseils d'utilisation de cette brochure

Les brochures BAC-CH comportent de nombreux exercices de mathématiques, classés par thèmes, de manière systématique, selon les programmes standards en vigueur en Suisse Romande. Ces exercices sont toujours accompagnés de leur solution rédigée de manière détaillée, ce qui favorise un travail indépendant et autonome de l'élève, qui peut s'y référer en tout temps, selon ses propres besoins, ses propres carences, ses propres difficultés et ses disponibilités personnelles.

Concrètement, cette approche pédagogique se traduit par une mise en page adaptée à cet objectif. Ainsi, les sujets mathématiques traités dans cette brochure sont, pour la plupart d'entre eux, présentés sous la forme d'une double page, dont les caractéristiques sont brièvement commentées ci-dessous.

Numéro de code de la fiche (ici il s'agit de la fiche 004).

Titre du sujet de mathématiques traité dans cette fiche.

Un ou plusieurs exemples (dans cette fiche il y en a trois). Les données sont présentées dans un petit cadre, et sont suivies de la solution rédigée à la main.

Bulles explicatives, comme une "voix off" proposant quelques commentaires portant sur des détails techniques ou sur des points théoriques.

Série d'exercices I de cette fiche.

Série d'exercices II de cette fiche, semblable à la série I : si l'élève se montre capable de résoudre la série I (au besoin en recourant aux solutions rédigées), il n'aura aucune difficulté à résoudre cette série II.

18

BAC-CH
MATHÉMATIQUES

004 Fractions I : amplifier et simplifier, additionner et soustraire

À propos de la mise en page de cette fiche, voir les «Conseils d'utilisation» en pages 8 et 9 de cette brochure

Exemples commentés

a) Amplifier la fraction $\frac{3}{8}$ par 5.

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{5} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{15}{40}$$

Il ne faut pas confondre "amplification" par 5 d'une fraction et "multiplication" par 5 de cette même fraction. Avec l'amplification, la proportion est conservée entre le numérateur et le dénominateur.

b) Simplifier la fraction $\frac{84}{156}$.

$$\frac{84}{156} = \frac{\cancel{2} \cdot 42}{\cancel{2} \cdot 78} = \frac{\cancel{3} \cdot 14}{\cancel{3} \cdot 26} = \frac{\cancel{2} \cdot 7}{\cancel{2} \cdot 13} = \frac{7}{13}$$

On utilise ici une propriété du calcul des fractions, que l'on peut résumer par une formule :

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{C} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C}$$
c) Additionner (soustraire) $\frac{5}{12} + \frac{3}{40} - \frac{7}{150}$.

Dénominateur commun = 600

(600 est le PPCM de 12, 40 et 150)

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 50}{12 \cdot 50} = \frac{250}{600}$$

$$\frac{3}{40} = \frac{3 \cdot 15}{40 \cdot 15} = \frac{45}{600}$$

$$\frac{7}{150} = \frac{7 \cdot 4}{150 \cdot 4} = \frac{28}{600}$$

$$= \frac{250}{600} + \frac{45}{600} - \frac{28}{600} = \frac{267}{600} = \frac{\cancel{3} \cdot 89}{\cancel{3} \cdot 200} = \frac{89}{200}$$

Chacune des trois fractions est amplifiée de manière que le nouveau dénominateur soit égal au PPCM (= 600), ce qui permet ensuite d'additionner (ou soustraire) les fractions.

À la fin de ces différents calculs, on simplifie la fraction obtenue (on obtient alors une fraction dite "irréductible").

Exercices I

Amplifier les fractions ci-dessous.

1) $\frac{11}{7}$ par 3

2) $\frac{5}{12}$ par 7

Simplifier les fractions ci-dessous (mettre sous la forme irréductible).

3) $\frac{36}{54}$

4) $\frac{48}{66}$

5) $\frac{78}{66}$

Additionner (soustraire) les fractions ci-dessous.

6) $\frac{7}{36} + \frac{11}{48}$

7) $\frac{13}{54} - \frac{4}{81}$

8) $\frac{9}{25} + \frac{4}{55}$

9) $\frac{5}{21} - \frac{12}{35}$

10) $\frac{2}{35} + \frac{9}{14} - \frac{17}{126}$

11) $\frac{7}{48} - \frac{13}{32} + \frac{11}{144}$

12) $\frac{4}{25} + \frac{8}{45} - \frac{13}{175}$

13) $\frac{7}{36} - \frac{11}{60} + \frac{5}{132}$

Exercices II

Amplifier les fractions ci-dessous.

14) $\frac{9}{13}$ par 11

15) $\frac{7}{15}$ par 4

Simplifier les fractions ci-dessous (mettre sous la forme irréductible).

16) $\frac{108}{180}$

17) $\frac{126}{231}$

18) $\frac{315}{405}$

Additionner (soustraire) les fractions ci-dessous.

19) $\frac{3}{28} + \frac{13}{70}$

20) $\frac{8}{63} - \frac{17}{99}$

21) $\frac{2}{15} + \frac{7}{85}$

22) $\frac{1}{24} - \frac{9}{16}$

23) $\frac{3}{55} + \frac{11}{75} - \frac{4}{175}$

24) $\frac{9}{16} - \frac{17}{72} + \frac{5}{168}$

25) $\frac{11}{24} + \frac{7}{72} - \frac{13}{160}$

26) $\frac{4}{33} - \frac{13}{55} + \frac{2}{165}$

On remarquera que les exercices I et II se ressemblent parfois d'une série à l'autre (même consigne, mais avec des nombres ou des lettres changées : un x dans la série I devenant par exemple un y dans la série II). Cette particularité permet un travail personnel en deux étapes complémentaires : dans un premier temps, il est conseillé de concentrer ses efforts uniquement sur la résolution des exercices de la série I, et d'avancer ainsi dans l'étude de quelques fiches successives. Ensuite, l'élève peut recommencer son travail avec les séries d'exercices II et ainsi consolider sa maîtrise des sujets abordés dans cette brochure.

Dans l'esprit de son auteur, cette brochure n'est ni une "recette miracle" pour rendre les mathématiques plus "faciles", ni une "trouvaille" pédagogique qui serait présentée comme une "nouveau" révolutionnaire : quoi de plus classique et banal, en effet, qu'un recueil d'exercices classés méthodiquement, isolant les unes des autres diverses difficultés mathématiques afin de permettre un travail approfondi sur tel ou tel détail technique (analogue au travail sur un "doigté" pour un pianiste, ou sur un réflexe de "une-deux" pour un footballeur).

Exercices I : solutions

1) $\frac{11}{7} \cdot \frac{3}{3} = \frac{11 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{33}{21}$

2) $\frac{5}{12} \cdot \frac{7}{7} = \frac{5 \cdot 7}{12 \cdot 7} = \frac{35}{84}$

3) $\frac{36}{54} = \frac{2 \cdot 18}{2 \cdot 27} = \frac{2 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 9} = \frac{2}{3}$

4) $\frac{48}{66} = \frac{2 \cdot 24}{2 \cdot 33} = \frac{2 \cdot 8}{2 \cdot 11} = \frac{8}{11}$

5) $\frac{78}{66} = \frac{2 \cdot 39}{2 \cdot 33} = \frac{3 \cdot 13}{3 \cdot 11} = \frac{13}{11}$

6) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 36 et 48 = 144
 $\frac{7}{36} \cdot \frac{4}{4} + \frac{11}{48} \cdot \frac{3}{3} = \frac{28}{144} + \frac{33}{144} = \frac{61}{144}$
Résultat non simplifiable

7) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 54 et 81 = 162
 $\frac{13}{54} \cdot \frac{3}{3} - \frac{4}{81} \cdot \frac{2}{2} = \frac{39}{162} - \frac{8}{162} = \frac{31}{162}$
Résultat non simplifiable

8) Dénominateur commun = 275
 $\frac{9}{25} \cdot \frac{11}{11} + \frac{4}{55} \cdot \frac{9}{9} = \frac{99}{275} + \frac{36}{275} = \frac{135}{275}$

9) Dénominateur commun = 105
 $\frac{5}{21} \cdot \frac{5}{5} - \frac{12}{35} \cdot \frac{3}{3} = \frac{25}{105} - \frac{36}{105} = \frac{-11}{105}$

10) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 35, 14 et 126 = 630
 $\frac{2}{35} \cdot \frac{18}{18} + \frac{9}{14} \cdot \frac{45}{45} - \frac{17}{126} \cdot \frac{5}{5}$
 $= \frac{36}{630} + \frac{405}{630} - \frac{85}{630} = \frac{356}{630}$
Simplifier : $\frac{356}{630} = \frac{2 \cdot 178}{2 \cdot 315} = \frac{178}{315}$

11) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 48, 32 et 144 = 288
 $\frac{7}{48} \cdot \frac{6}{6} - \frac{13}{32} \cdot \frac{9}{9} + \frac{11}{144} \cdot \frac{2}{2}$
 $= \frac{42}{288} - \frac{117}{288} + \frac{22}{288} = \frac{-53}{288}$
(Ce résultat n'est pas simplifiable)

12) Dénominateur commun = 1575
 $\frac{4}{25} \cdot \frac{63}{63} + \frac{8}{45} \cdot \frac{35}{35} - \frac{13}{175} \cdot \frac{9}{9}$
 $= \frac{252}{1575} + \frac{280}{1575} - \frac{117}{1575} = \frac{415}{1575} = \frac{83}{315}$
(Simplifier)

13) Dénominateur commun = 1980
 $\frac{7}{36} \cdot \frac{55}{55} - \frac{11}{60} \cdot \frac{33}{33} + \frac{5}{132} \cdot \frac{15}{15}$
 $= \frac{385}{1980} - \frac{385}{1980} + \frac{25}{1980} = \frac{25}{1980}$

VOIR LES CALCULS

002 (page 15) Exerc. 16

VOIR LES CALCULS

002 (page 15) Exerc. 17

VOIR LES CALCULS

002 (page 15) Exerc. 18

VOIR LES CALCULS

002 (page 19) Exerc. 19

Exercices II : solutions

14) $\frac{9}{13} \cdot \frac{11}{11} = \frac{9 \cdot 11}{13 \cdot 11} = \frac{99}{143}$

15) $\frac{7}{15} \cdot \frac{4}{4} = \frac{7 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{28}{60}$

16) $\frac{108}{180} = \frac{2 \cdot 54}{2 \cdot 90} = \frac{2 \cdot 27}{2 \cdot 45} = \frac{27}{45} = \frac{3 \cdot 9}{3 \cdot 15} = \frac{3}{5}$

17) $\frac{176}{231} = \frac{2 \cdot 88}{2 \cdot 115.5} = \frac{88}{115.5} = \frac{16}{23.1}$

18) $\frac{315}{405} = \frac{5 \cdot 63}{5 \cdot 81} = \frac{21 \cdot 3}{27 \cdot 3} = \frac{7}{9}$

19) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 28 et 70 = 140
 $\frac{3}{28} \cdot \frac{5}{5} + \frac{13}{70} \cdot \frac{2}{2} = \frac{15}{140} + \frac{26}{140} = \frac{41}{140}$
Résultat non simplifiable

20) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 63 et 99 = 693
 $\frac{8}{63} \cdot \frac{11}{11} - \frac{17}{99} \cdot \frac{7}{7} = \frac{88}{693} - \frac{119}{693} = \frac{-31}{693}$
Résultat non simplifiable

21) Dénominateur commun = 255
 $\frac{2}{15} \cdot \frac{17}{17} + \frac{7}{85} \cdot \frac{3}{3} = \frac{34}{255} + \frac{21}{255} = \frac{55}{255}$

22) Dénominateur commun = 48
 $\frac{1}{24} \cdot \frac{2}{2} - \frac{9}{16} \cdot \frac{3}{3} = \frac{2}{48} - \frac{27}{48} = \frac{-25}{48}$

23) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 55, 75 et 175 = 5775
 $\frac{3}{55} \cdot \frac{105}{105} + \frac{11}{75} \cdot \frac{77}{77} - \frac{4}{175} \cdot \frac{33}{33}$
 $= \frac{315}{5775} + \frac{847}{5775} - \frac{132}{5775} = \frac{1030}{5775}$
Simplifier : $\frac{1030}{5775} = \frac{2 \cdot 515}{2 \cdot 1125} = \frac{103}{1125}$

24) Dénominateur commun = PPMC
PPMC de 16, 72 et 168 = 1008
 $\frac{9}{16} \cdot \frac{63}{63} - \frac{17}{72} \cdot \frac{14}{14} + \frac{5}{168} \cdot \frac{6}{6}$
 $= \frac{567}{1008} - \frac{238}{1008} + \frac{30}{1008} = \frac{359}{1008}$
(Ce résultat n'est pas simplifiable)

25) Dénominateur commun = 1440
 $\frac{11}{24} \cdot \frac{60}{60} + \frac{7}{72} \cdot \frac{20}{20} - \frac{13}{160} \cdot \frac{9}{9}$
 $= \frac{660}{1440} + \frac{140}{1440} - \frac{117}{1440} = \frac{683}{1440}$

26) Dénominateur commun = 165
 $\frac{4}{35} \cdot \frac{5}{5} - \frac{13}{65} \cdot \frac{3}{3} + \frac{2}{165} \cdot \frac{7}{7}$
 $= \frac{20}{165} - \frac{39}{165} + \frac{2}{165} = \frac{-17}{165}$

VOIR LES CALCULS

002 (page 15) Exerc. 35

VOIR LES CALCULS

002 (page 15) Exerc. 36

VOIR LES CALCULS

002 (page 19) Exerc. 37

VOIR LES CALCULS

002 (page 19) Exerc. 38

0. Référence au numéro de cette brochure : ici il s'agit de la brochure BAC-CH 0.

0.1 Référence au chapitre 0.1 de cette brochure :

ALGÈBRE I
CALCULS AVEC DES NOMBRES ET DES LETTRES.

Solutions des exercices I et II, rédigées sous forme manuscrite, donc très proches de ce que l'élève doit écrire sur sa feuille ou dans son cahier.

Renvoi à une page précédente de cette brochure dans laquelle on trouve la résolution détaillée d'un calcul non rédigé ici.

0.1

ALGÈBRE I

CALCULS AVEC DES NOMBRES ET DES LETTRES

001	Puissances, notation scientifique, règles de calcul	p.12
002	Décomposition d'un nombre entier, PPMC	p.14
003	Racine carrée, racine cubique, simplification d'écriture	p.16
004	Fractions I : amplifier et simplifier, additionner et soustraire	p.18
005	Fractions II : multiplier, inverser, diviser	p.20
006	Algèbre I : réduire (simplifier) une ligne écrite avec des lettres et des parenthèses	p.22
007	Algèbre II : effectuer (multiplier, distribuer, développer) un produit de parenthèses	p.24
008	Algèbre III : effectuer plus rapidement, en utilisant une formule (identité remarquable)	p.26
009	Algèbre IV : factoriser (mettre sous la forme d'un produit) par une mise en évidence	p.28
010	Algèbre V : factoriser plus rapidement, en utilisant une formule (identité remarquable)	p.30

Exemples commentés

a) Effectuer les calculs (sans machine) et écrire la réponse en notation scientifique.

$$3 \cdot 10^5 \cdot (-4) \cdot 10^{-7} \cdot \frac{21 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^3}$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{3 \cdot 10^5 \cdot (-4) \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{21}{3} \cdot \frac{10^8}{10^3} \\ &= -12 \cdot 10^{-2} \cdot 7 \cdot 10^5 \\ &= -84 \cdot 10^3 \\ &= \underline{\underline{-8,4 \cdot 10^4}} \end{aligned}$$

On sépare les parties numériques (les nombres 3 et (-4)) et les puissances de 10. Pour les nombres on a $3 \cdot (-4) = -12$. Pour les puissances de 10 on additionne les exposants, en utilisant la propriété connue

$$10^m \cdot 10^n = 10^{m+n}$$

(avec $m = 5$ et $n = -7$)

$$10^5 \cdot 10^{-7} = 10^{5+(-7)} = 10^{-2}$$

On sépare les deux parties (les nombres et les puissances de 10). Pour les nombres on a $21 : 3 = 7$. Pour les puissances de 10 on soustrait les deux exposants, avec la formule

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

(avec $m = 8$ et $n = 3$)

$$\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$$

b) Calculer en séparant les parties numériques (calculs avec machine) et les puissances (calculs de tête).

$$53,11 \cdot 10^3 \cdot 3,97 \cdot 10^{-6} \cdot 0,88 \cdot 10^8$$

$$\begin{aligned} \text{Nombres : } & 53,11 \cdot 3,97 \cdot 0,88 = 185,55 \\ \text{Puissances : } & 10^3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 = 10^5 \\ \text{Résultat : } & \underline{\underline{185,55}} \cdot 10^5 \\ &= 1,86 \cdot 10^2 \cdot 10^5 = \underline{\underline{1,86 \cdot 10^7}} \end{aligned}$$

La notation scientifique s'écrit avec un nombre comportant un seul chiffre devant la virgule (ce chiffre ne devant pas être le chiffre 0). Donc l'écriture avec le nombre -84 doit être modifiée en $-84 = -8,4 \cdot 10$, puis il s'agit de mettre ensemble $10 (= 10^1)$ et 10^3 (en additionnant les puissances) :

$$10^1 \cdot 10^3 = 10^{1+3} = 10^4$$

On utilise la formule connue (ici avec trois exposants)

$$10^m \cdot 10^n \cdot 10^p = 10^{m+n+p}$$

(avec $m = 3$, $n = -6$ et $p = 8$)

$$10^3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 = 10^{3+(-6)+8} = 10^5$$

Le nombre 185,55 ne convient pas pour la notation dite "scientifique". Il faut donc changer 185,55 (et arrondir) en $1,8555 \cdot 10^2 = 1,86 \cdot 10^2$

Exercices I

Effectuer les calculs (sans machine) et écrire la réponse en notation scientifique.

- 1) $4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^2$ 2) $3 \cdot 10^5 \cdot (-4) \cdot 10^3$
 3) $2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^4$ 4) $(-6) \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^2$
 5) $\frac{6 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^3} \cdot \frac{12 \cdot 10^2}{(-4) \cdot 10^3}$ 6) $\frac{(-6) \cdot 10^5}{3 \cdot 10^7} \cdot \frac{12 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^4}$

Simplifier les écritures ci-dessous.

- 7) $5 \cdot x^3 \cdot 3 \cdot x^2$ 8) $4 \cdot y^5 \cdot (-2) \cdot y^3$
 9) $3 \cdot a^{-2} \cdot (-5) \cdot a^4$ 10) $6 \cdot b^{-5} \cdot 3 \cdot b^2$

Calculer en séparant les parties numériques (calculs avec machine) et les puissances (calculs de tête).

- 11) $4,32 \cdot 10^4 \cdot 6,87 \cdot 10^{-5} \cdot 0,67 \cdot 10^2 \cdot 3,82 \cdot 10^{-3}$
 12) $\frac{0,32 \cdot 10^5}{4,25 \cdot 10^4} \cdot 3,97 \cdot 10^7 \cdot \frac{1,55 \cdot 10^{-3}}{0,63 \cdot 10^4} \cdot 1,11 \cdot 10^2$
 13) $2,43 \cdot 10^5 \cdot 5,11 \cdot 10^{-4} \cdot 1,17 \cdot 10^3 \cdot 4,23 \cdot 10^{-9}$
 14) $\frac{1,42 \cdot 10^3}{3,89 \cdot 10^7} \cdot 1,37 \cdot 10^4 \cdot \frac{3,41 \cdot 10^{-5}}{2,79 \cdot 10^3} \cdot 0,26 \cdot 10^4$

Exercices II

Effectuer les calculs (sans machine) et écrire la réponse en notation scientifique.

- 15) $7 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^5$ 16) $2 \cdot 10^4 \cdot (-8) \cdot 10^8$
 17) $5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^7$ 18) $(-4) \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^3$
 19) $\frac{8 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^2} \cdot \frac{15 \cdot 10^4}{(-5) \cdot 10^7}$ 20) $\frac{(-9) \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} \cdot \frac{18 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^9}$

Simplifier les écritures ci-dessous.

- 21) $3 \cdot x^4 \cdot 2 \cdot x^5$ 22) $5 \cdot y^3 \cdot (-3) \cdot y^6$
 23) $4 \cdot a^{-7} \cdot (-7) \cdot a^3$ 24) $8 \cdot b^{-6} \cdot 6 \cdot b^4$

Calculer en séparant les parties numériques (calculs avec machine) et les puissances (calculs de tête).

- 25) $3,51 \cdot 10^2 \cdot 9,41 \cdot 10^{-6} \cdot 0,34 \cdot 10^3 \cdot 4,11 \cdot 10^{-5}$
 26) $\frac{0,74 \cdot 10^6}{3,93 \cdot 10^3} \cdot 4,12 \cdot 10^6 \cdot \frac{2,37 \cdot 10^{-2}}{4,22 \cdot 10^5} \cdot 0,38 \cdot 10^4$
 27) $5,44 \cdot 10^3 \cdot 3,78 \cdot 10^{-4} \cdot 7,33 \cdot 10^3 \cdot 4,84 \cdot 10^{-5}$
 28) $\frac{3,69 \cdot 10^4}{2,41 \cdot 10^3} \cdot 3,37 \cdot 10^5 \cdot \frac{4,57 \cdot 10^{-6}}{3,05 \cdot 10^4} \cdot 3,95 \cdot 10^5$

Exercices I : solutions

1) $4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^2 = 20 \cdot 10^5$
 $= 2 \cdot 10 \cdot 10^5 = \underline{2 \cdot 10^6}$

2) $3 \cdot 10^5 \cdot (-4) \cdot 10^3 = -12 \cdot 10^8$
 $= -1,2 \cdot 10 \cdot 10^8 = \underline{-1,2 \cdot 10^9}$

3) $2 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^4 = 16 \cdot 10^2$
 $= 1,6 \cdot 10 \cdot 10^2 = \underline{1,6 \cdot 10^3}$

4) $(-6) \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^2 = -18 \cdot 10^{-3}$
 $= -1,8 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \underline{-1,8 \cdot 10^{-2}}$

5) $\frac{6 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^3} \cdot \frac{12 \cdot 10^2}{(-4) \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^2 \cdot (-3) \cdot 10^{-1}$
 $= \underline{-6 \cdot 10^1}$

6) $\frac{-6 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^7} \cdot \frac{12 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^4} = -2 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 10^{-1}$
 $= -12 \cdot 10^{-3} = -1,2 \cdot 10 \cdot 10^{-3}$
 $= \underline{-1,2 \cdot 10^{-2}}$

7) $15x^5$	8) $-8y^8$
9) $-15a^2$	10) $18b^{-3}$

11) Nombres: $4,32 \cdot 6,87 \cdot 0,67 \cdot 3,82 = 75,96$
 Puissances: $10^4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 \cdot 10^{-3} = 10^{-2}$
 Résultat: $75,96 \cdot 10^{-2} = \underline{7,596 \cdot 10^{-1}}$

12) Nombres: $\frac{0,32}{4,25} \cdot 3,97 \cdot \frac{1,55}{0,63} \cdot 1,11 = 0,816$
 Puissances: $\frac{10^5}{10^4} \cdot 10^7 \cdot \frac{10^{-3}}{10^4} \cdot 10^2$
 $= 10^1 \cdot 10^7 \cdot 10^{-7} \cdot 10^2 = 10^3$
 Résultat: $0,816 \cdot 10^3 = \underline{8,16 \cdot 10^2}$

13) Nombres: $2,43 \cdot 5,11 \cdot 1,17 \cdot 4,23 = 61,45$
 Puissances: $10^5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10^{-9} = 10^{-5}$
 Résultat: $61,45 \cdot 10^{-5} = \underline{6,145 \cdot 10^{-4}}$

14) Nombres: $\frac{1,42}{3,89} \cdot 1,37 \cdot \frac{3,41}{2,79} \cdot 0,26 = 0,159$
 Puissances: $\frac{10^3}{10^7} \cdot 10^4 \cdot \frac{10^{-5}}{10^3} \cdot 10^4$
 $= 10^{-4} \cdot 10^4 \cdot 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4}$
 Résultat: $0,159 \cdot 10^{-4} = \underline{1,59 \cdot 10^{-5}}$

Exercices II : solutions

15) $7 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^5 = 21 \cdot 10^9$
 $= 2,1 \cdot 10 \cdot 10^9 = \underline{2,1 \cdot 10^{10}}$

16) $2 \cdot 10^4 \cdot (-8) \cdot 10^8 = -16 \cdot 10^{12}$
 $= -1,6 \cdot 10 \cdot 10^{12} = \underline{-1,6 \cdot 10^{13}}$

17) $5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^7 = 25 \cdot 10^4$
 $= 2,5 \cdot 10 \cdot 10^4 = \underline{2,5 \cdot 10^5}$

18) $(-4) \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^3 = -28 \cdot 10^{-3}$
 $= -2,8 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \underline{-2,8 \cdot 10^{-2}}$

19) $\frac{8 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^2} \cdot \frac{15 \cdot 10^4}{(-5) \cdot 10^7} = 4 \cdot 10^4 \cdot (-3) \cdot 10^{-3}$
 $= -12 \cdot 10^1 = \underline{-1,2 \cdot 10^2}$

20) $\frac{(-9) \cdot 10^4}{3 \cdot 10^8} \cdot \frac{18 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^9} = (-3) \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 10^{-4}$
 $= -18 \cdot 10^{-8} = -1,8 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = \underline{-1,8 \cdot 10^{-7}}$

21) $6x^3$	22) $-15y^3$
23) $-28a^{-4}$	24) $48b^{-2}$

25) Nombres: $3,51 \cdot 9,41 \cdot 0,34 \cdot 4,11 = 46,15$
 Puissances: $10^2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{-6}$
 Résultat: $46,15 \cdot 10^{-6} = \underline{4,615 \cdot 10^{-5}}$

26) Nombres: $\frac{0,74}{3,93} \cdot 4,12 \cdot \frac{2,37}{4,22} \cdot 0,38 = 0,166$
 Puissances: $\frac{10^6}{10^3} \cdot 10^6 \cdot \frac{10^{-2}}{10^5} \cdot 10^4$
 $= 10^3 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 = 10^6$
 Résultat: $0,166 \cdot 10^6 = \underline{1,66 \cdot 10^5}$

27) Nombres: $5,44 \cdot 3,78 \cdot 7,33 \cdot 4,84 = 729,52$
 Puissances: $10^3 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot 10^{-5} = 10^{-3}$
 Résultat: $729,52 \cdot 10^{-3} = \underline{7,295 \cdot 10^{-1}}$

28) Nombres: $\frac{3,69}{2,41} \cdot 3,37 \cdot \frac{4,57}{3,05} \cdot 3,95 = 30,54$
 Puissances: $\frac{10^4}{10^3} \cdot 10^5 \cdot \frac{10^{-6}}{10^4} \cdot 10^5$
 $= 10^1 \cdot 10^5 \cdot 10^{-10} \cdot 10^5 = 10^1$
 Résultat: $30,54 \cdot 10^1 = \underline{3,054 \cdot 10^2}$