### MATHÉMATIQUES BAC-CH 5

# LES BROCHURES DE MATHÉMATIQUES BAC-CH

Imaginées et conçues par un professeur de gymnase de Lausanne, les brochures de mathématiques BAC-CH proposent un grand choix d'exercices avec solutions rédigées, utilisables dès la fin de la scolarité obligatoire (14 à 16 ans) et jusqu'à la maturité en Suisse romande (18 à 20 ans).

Elles peuvent être utilisées individuellement par des élèves souhaitant consolider leurs connaissances à la maison, en petit groupe par des élèves travaillant de manière autonome, ou par des établissements scolaires publics ou privés souhaitant équiper les élèves de plusieurs classes de même niveau. Elles permettent notamment aux enseignants de disposer d'exercices supplémentaires pour des séances de révision et d'encourager leurs élèves à fournir un travail régulier.

#### PAR ORDRE PROGRESSIF DE DIFFICULTÉ

Les brochures de mathématiques BAC-CH sont rédigées avec un souci pédagogique de clarté et d'efficacité, de manière à favoriser un travail autonome de l'élève. Numérotées de 1 à 6, elles sont conçues par ordre progressif de difficulté, en tenant compte de l'âge et du niveau de scolarité des élèves concernés.

Les brochures **BAC-CH 0 et 1** sont principalement destinées à la révision, permettant de consolider des notions de base acquises avant le début de la scolarité postobligatoire. Elles conviennent également aux élèves des classes de diplôme de culture générale, en début de scolarité postobligatoire.

La brochure **BAC-CH 2** est destinée aux élèves en début de scolarité postobligatoire, programme de maturité, niveau standard de mathématiques. Elle convient également aux élèves des classes de diplôme de culture générale, en milieu de scolarité postobligatoire.

Les brochures **BAC-CH 3, 4 et 5** sont destinées aux élèves en fin de scolarité postobligatoire, programme de maturité (élèves des deux dernières années), niveau standard de mathématiques. Une partie des brochures BAC-CH 4 et 5 convient également aux élèves des classes de diplôme de culture générale, pour les deux dernières années de scolarité postobligatoire. Les trois brochures contiennent chacune des données d'examen écrit de maturité de mathématiques de niveau standard, provenant d'épreuves officielles d'établissements secondaires supérieurs de Suisse romande.

La brochure **BAC-CH 6** propose un choix de problèmes extraits des brochures BAC-CH 3, 4 et 5: problèmes de révision, problèmes d'examen écrit et questions d'examen oral pour préparer l'examen de maturité.

BAC-CH

## TABLE DES MATIÈRES

5.1	PRIM	ITIVES ET INTÉGRALES I	p.7
	501	Primitives I : fonctions simples (polynômes, exponentielles, sin, cos)	p.8
	502	Primitives II : produit de deux parties, l'une étant «presque» la dérivée interne de l'autre	p.9
	503	Primitives III : quotients simples et racines (puissances fractionnaires)	p.10
	504	Calcul de l'intégrale d'une fonction entre deux bornes à l'aide d'une primitive	p.11
	505	Aires I : intégrales avec des fonctions polynômiales ou racines	p.12
	506	Aires II : intégrales avec des fonctions trigonométriques ou exponentielles	p.13
	507	Aires III : distinction entre aire algébrique (signe + ou signe - ) et aire géométrique	p.14
	508	Aires IV : calcul de l'aire comprise entre deux courbes à l'aide d'une intégrale	p.15
	509	Volumes de révolution I : avec des fonctions polynômiales, racines ou trigonométriques	p.16
	510	Volumes de révolution II : avec des fonctions exponentielles	p.17
5.2		ITIVES ET INTÉGRALES II	n 10
	511		p.19
		Calculs avec des ln (logarithme en base e), formules, équations et inéquations simples	p.20
	512	Dérivée et étude de croissance d'une fonction In (logarithme en base e)	p.20 p.21
	512 513		p.20
	512	Dérivée et étude de croissance d'une fonction In (logarithme en base e)	p.20 p.21
	512 513	Dérivée et étude de croissance d'une fonction In (logarithme en base e)  Primitives IV : fonctions se présentant sous la forme 1/x (primitives avec des In)	p.20 p.21 p.22
	<ul><li>512</li><li>513</li><li>514</li></ul>	Dérivée et étude de croissance d'une fonction ln (logarithme en base e)  Primitives IV : fonctions se présentant sous la forme 1/x (primitives avec des ln)  Décomposition algébrique d'une fonction rationnelle en éléments simples	p.20 p.21 p.22 p.23
	<ul><li>512</li><li>513</li><li>514</li><li>515</li></ul>	Dérivée et étude de croissance d'une fonction In (logarithme en base e)  Primitives IV : fonctions se présentant sous la forme 1/x (primitives avec des In)  Décomposition algébrique d'une fonction rationnelle en éléments simples  Primitives V : fonctions rationnelles décomposables en éléments simples	p.20 p.21 p.22 p.23 p.24
	<ul><li>512</li><li>513</li><li>514</li><li>515</li><li>516</li></ul>	Dérivée et étude de croissance d'une fonction ln (logarithme en base e)  Primitives IV : fonctions se présentant sous la forme 1/x (primitives avec des ln)  Décomposition algébrique d'une fonction rationnelle en éléments simples  Primitives V : fonctions rationnelles décomposables en éléments simples  Primitives VI : fonctions ayant la forme d'un produit polynôme exponentielle	p.20 p.21 p.22 p.23 p.24 p.25
	<ul><li>512</li><li>513</li><li>514</li><li>515</li><li>516</li><li>517</li></ul>	Dérivée et étude de croissance d'une fonction In (logarithme en base e)  Primitives IV : fonctions se présentant sous la forme 1/x (primitives avec des In)  Décomposition algébrique d'une fonction rationnelle en éléments simples  Primitives V : fonctions rationnelles décomposables en éléments simples  Primitives VI : fonctions ayant la forme d'un produit polynôme exponentielle  Aire algébrique ou géométrique, aire entre deux courbes, volume de révolution	p.20 p.21 p.22 p.23 p.24 p.25 p.26

ANA	LYSE COMBINATOIRE, ARBRES, SYMBOLES DE CALCUL	p.31
521	Schémas en arbre	p.32
522	Calculs numériques avec le symbole n ! (factorielle)	p.33
523	P <sub>n</sub> Permutations de n objets tous distincts, anagrammes simples	p.34
524	$\overline{P}_{n}$ Permutations de n objets dont certains se répètent	p.35
525	$A_p^n$ Arrangements de n objets : on en prend p (l'ordre compte), sans répétition	p.36
526	$\overline{A}_{p}^{n}$ Arrangements de n objets, on en prend p (l'ordre compte), avec répétition possible	p.37
527	$C_{p}^{n}$ Combinaisons de n objets : on en prend p (l'ordre ne compte pas), sans répétition	p.38
528	Série d'exercices divers I : analyse combinatoire et dénombrement	p.39
529	Série d'exercices divers II : analyse combinatoire et dénombrement	p.40
530	Série d'exercices divers III : analyse combinatoire et dénombrement	p.41
CAL	CUL DES PROBABILITÉS	p.43
CAL 531	CUL DES PROBABILITÉS  Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre	<b>p.43</b>
		•
531	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre	p.44
531 532 533	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre  Approche I : probabilité de type binomiale (deux issues complémentaires)	p.44 p.45
531 532 533 534	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre  Approche I : probabilité de type binomiale (deux issues complémentaires)  Approche I : probabilité d'obtenir «au moins une fois» un résultat en n essais	p.44 p.45 p.46
531 532 533 534 535	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre  Approche I : probabilité de type binomiale (deux issues complémentaires)  Approche I : probabilité d'obtenir «au moins une fois» un résultat en n essais  Approche II : visualisation à l'aide d'ensembles (univers, événements, etc.)	p.44 p.45 p.46 p.47
531 532 533 534 535 536	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre  Approche I : probabilité de type binomiale (deux issues complémentaires)  Approche I : probabilité d'obtenir «au moins une fois» un résultat en n essais  Approche II : visualisation à l'aide d'ensembles (univers, événements, etc.)  Approche II : résolution en comptant les cas possibles et les cas favorables	p.44 p.45 p.46 p.47 p.48
531 532	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre  Approche I : probabilité de type binomiale (deux issues complémentaires)  Approche I : probabilité d'obtenir «au moins une fois» un résultat en n essais  Approche II : visualisation à l'aide d'ensembles (univers, événements, etc.)  Approche II : résolution en comptant les cas possibles et les cas favorables  Jeux et tirages de cartes ou de jetons, tirages avec ou sans remise	p.44 p.45 p.46 p.47 p.48 p.49
531 532 533 534 535 536	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre  Approche I : probabilité de type binomiale (deux issues complémentaires)  Approche I : probabilité d'obtenir «au moins une fois» un résultat en n essais  Approche II : visualisation à l'aide d'ensembles (univers, événements, etc.)  Approche II : résolution en comptant les cas possibles et les cas favorables  Jeux et tirages de cartes ou de jetons, tirages avec ou sans remise  Jeux et lancers de dés ou de pièces de monnaie (jeux réguliers ou avec tricherie)	p.44 p.45 p.46 p.47 p.48 p.49 p.50
531 532 533 534 535 536 537	Approche I : visualisation et résolution à l'aide d'un schéma en arbre  Approche I : probabilité de type binomiale (deux issues complémentaires)  Approche I : probabilité d'obtenir «au moins une fois» un résultat en n essais  Approche II : visualisation à l'aide d'ensembles (univers, événements, etc.)  Approche II : résolution en comptant les cas possibles et les cas favorables  Jeux et tirages de cartes ou de jetons, tirages avec ou sans remise  Jeux et lancers de dés ou de pièces de monnaie (jeux réguliers ou avec tricherie)  Jeux et stratégie : jeux gagnants ou perdants sur le long terme	p.44 p.45 p.46 p.47 p.48 p.49 p.50 p.51

6 BAC-CH MATHÉMATIQUES

5.5	24 PROBLÈMES D	D'EXAMEN ÉCRIT D'ANALYSE	p.55
		Remerciements & références des problèmes	p.55
	AN1 à AN24	24 problèmes d'analyse extraits d'épreuves écrites officielles de maturité ou de baccalauréat d'établissements secondaires supérieurs de Suisse romande	p.56
		AVEC SOLUTIONS DÉTAILLÉES	
5.6	24 PROBLÈMES D	D'EXAMEN ÉCRIT DE PROBABILITÉS	p.81
		Remerciements & références des problèmes	p.81
	PR1 à PR24	24 problèmes de probabilités extraits d'épreuves écrites officielles de maturité ou de baccalauréat d'établissements secondaires supérieurs de Suisse romande	p.82
		AVEC SOLUTIONS DÉTAILLÉES	
5.7	COMPLÉMENT :	24 PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE (PLAN / ESPACE)  Les énoncés GE13 à GE24 ci-dessous font suite aux énoncés GE1 à GE12 proposés en fin de la brochure BAC-CH 3, consacrée aux équations de droites et de cercles en géométrie (dans le plan). Les énoncés ES1 à ES12 proposent un choix de problèmes de géométrie dans l'espace : les techniques utilisées	p.107
		pour résoudre ces problèmes sont analogues, en trois dimensions, à celles qui sont étudiées, en deux dimensions, dans la brochure BAC-CH 3.	
		Remerciements & références des problèmes	p.107
	GE13 à GE24	12 problèmes de géométrie plane extraits d'épreuves écrites officielles de maturité ou de baccalauréat d'établissements secondaires supérieurs de Suisse romande	p.108
	<b>ES1</b> à <b>ES12</b>	12 problèmes de géométrie de l'espace extraits d'épreuves écrites officielles de maturité ou de baccalauréat d'établissements secondaires supérieurs de Suisse romande	p.132
		AVEC SOLUTIONS DÉTAILLÉES	

## 5.1

### PRIMITIVES ET INTÉGRALES I

501	Primitives I : fonctions simples (polynômes, exponentielles, sin, cos)	p.8
502	Primitives II : produit de deux parties, l'une étant «presque» la dérivée interne de l'autre	p.9
503	Primitives III : quotients simples et racines (puissances fractionnaires)	p.10
504	Calcul de l'intégrale d'une fonction entre deux bornes à l'aide d'une primitive	p.11
505	Aires I : intégrales avec des fonctions polynômiales ou racines	p.12
506	Aires II : intégrales avec des fonctions trigonométriques ou exponentielles	p.13
507	Aires III : distinction entre aire algébrique (signe + ou signe - ) et aire géométrique	p.14
508	Aire IV : calcul de l'aire comprise entre deux courbes à l'aide d'une intégrale	p.15
509	Volumes de révolution I : avec des fonctions polynômiales, racines ou trigonométriques	p.16
510	Volumes de révolution II : avec des fonctions exponentielles	p.17

#### 501 Primitives I: fonctions simples (polynômes, exponentielles, sin, cos)

#### Commentaires et remarques

- On appelle primitive d'une fonction f(x) toute fonction F(x) telle que F'(x) = f(x). La recherche d'une telle fonction primitive est donc le calcul inversé (raisonnement dans le sens contraire) du calcul de la dérivée.
- Les calculs de cette fiche sont simples : on sait par exemple que  $(x^4)' = 4x^3$ , donc la fonction primitive de  $f(x) = x^3$  est  $F(x) = \frac{1}{4}x^4$ . De même, on sait que (sinx)' = cosx, donc la primitive de la fonction  $f(x) = \cos x \operatorname{est} F(x) = \sin x$ .
- III. On dit souvent «la» primitive, mais en fait, on devrait toujours dire «une» primitive, car dès qu'on connait une fonction F(x) telle que F'(x) = f(x) on peut lui ajouter une constante, et le résultat obtenu est encore une primitive de la fonction f(x). On indique cette propriété en ajoutant (+ c) au résultat obtenu pour F(x).
- IV. La primitive F(x) de la fonction f(x) peut aussi être notée f(x)dx (notation intégrale, qui sera commentée dans les prochaines fiches). Le symbole ∫ se place au début et dx à la fin.

#### **Exercices**

On donne une fonction, notée f(x). Calculer les primitives de cette fonction, notées F(x).

1) 
$$f(x) = x^3$$

2) 
$$f(x) = -x^4$$

3) 
$$f(x) = -x^3 + 5x^2 + 3x$$
 4)  $f(x) = 7x^4 + 5x^3 - 7$ 

$$f(x) = 7x^4 + 5x^3 - 7$$

5) 
$$f(x) = 4x^{-5} - 7x^{-2}$$

5) 
$$f(x) = 4x^{-5} - 7x^{-2}$$
 6)  $f(x) = -6x^{-7} + 5x^{-4}$ 

7) 
$$f(x) = \sin x$$

8) 
$$f(x) = 3\cos x$$

$$9) \quad f(x) = 5\sin(3x)$$

10) 
$$f(x) = -4\cos(5x)$$

11) 
$$f(x) = -7\sin(4 - 5x)$$

12) 
$$f(x) = 3\cos(2x + 7)$$

13) 
$$f(x) = 3e^x - 4e^{2x}$$

14) 
$$f(x) = -5e^{3x} + 6e^{6x}$$

15) 
$$f(x) = -7e^{5-6x} + 2$$

15) 
$$f(x) = -7e^{5-6x} + 2$$
 16)  $f(x) = 4e^{3-4x} + 2x$ 

Même question, mais avec la notation intégrale.

17) 
$$\int (x^3 + 5x^{-2} + 3x) dx$$

17) 
$$\int (x^3 + 5x^{-2} + 3x) dx$$
 18)  $\int (-3x^4 - 5x^{-3} + 7) dx$ 

19) 
$$\int 6\sin(5 - 3x) dx$$

21) 
$$\int (7x^3 - 5e^{3-5x}) dx$$
 22)  $\int (3e^{5x-7} - 4x + 5) dx$ 

23) 
$$\int (\cos(3x) - e^{1-6x}) dx$$
 24)  $\int (\sin(5x) + e^{5x-3}) dx$ 

25) 
$$\int (4v^{-2} - 5\cos(2v)) dv$$

25) 
$$\int (4x^{-2} - 5\cos(2x))dx$$
 26)  $\int (5x^{-5} - 3e^{4x-3})dx$ 

26) 
$$\int (5y^{-5} - 3e^{4x - 3}) dy$$

#### Solution détaillée

1) 
$$F(x) = \frac{\lambda}{u} x^{4} (+c)$$

1) 
$$F(x) = \frac{1}{4}x^4$$
 (+c) 2)  $F(x) = -\frac{1}{5}x^5$  (+c)

3) 
$$F(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + c$$

4) 
$$F(x) = \frac{7}{5}x^5 + \frac{5}{4}x^4 - 7x (+c)$$

5) 
$$F(x) = \frac{4}{-4} \times \frac{4}{-4} \times \frac{7}{-4} \times \frac{7}{-4}$$
  
6)  $F(x) = -\frac{6}{-6} \times \frac{6}{-5} \times \frac{5}{-3} \times \frac{7}{-3}$   
 $= -x^{-4} + 7 \times \frac{7}{-4} \times \frac{7$ 

6) 
$$F(x) = -\frac{6}{6}x^{-6} + \frac{5}{2}x^{-3}$$
  
=  $x^{-6} - \frac{5}{3}x^{-3} + c$ 

7) 
$$F(x) = -\cos x (+c)$$

9) 
$$F(x) = -\frac{5}{3}\cos(3x)$$
 (+

9) 
$$F(x) = -\frac{5}{3}\cos(3x)$$
 (+c)  $|10\rangle F(x) = -\frac{4}{5}\sin(5x)$  (+c)

11) 
$$F(x) = \frac{7}{-5}\omega_5(4-5x)$$
  
=  $-\frac{7}{5}\omega_5(4-5x)$  (+ c)

12) 
$$F(x) = \frac{3}{2} sim(2x+7)(+c)$$

13) 
$$F(x) = 3e^{x} - \frac{4}{2}e^{2x}$$
  
=  $3e^{x} - 2e^{2x}$  (+c)

13) 
$$F(x) = 3e^{x} - \frac{4}{2}e^{2x}$$
  
=  $3e^{x} - 2e^{2x}$  (+c)   
=  $-\frac{5}{3}e^{3x} + e^{6x}$  (+c)

$$45)F(x) = -\frac{7}{-6}e^{5-6x} + 2x$$
$$= \frac{7}{-6}e^{5-6x} + 2x (+c)$$

$$43) F(x) = \frac{1}{9} x^{\frac{9}{4}} + \frac{5}{4} x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2} x^{2}$$
$$= \frac{1}{12} x^{\frac{9}{4}} - 5 x^{-\frac{1}{4}} + \frac{3}{2} x^{2} + (+c)$$

44) 
$$F(x) = \frac{1}{4}x^{4} + \frac{5}{4}x^{4} + \frac{3}{2}x^{2}$$

$$= \frac{1}{4}x^{4} - 5x^{-1} + \frac{3}{2}x^{2} + (+c)$$

$$= -\frac{3}{5}x^{5} + \frac{5}{2}x^{-2} + 7x + (+c)$$

49) 
$$F(x) = \frac{-6}{-3} (65(5-3x))$$

19) 
$$F(x) = \frac{-6}{-3} \cos(5-3x)$$
  
=  $2\cos(5-3x)$  (+c) 20)  $F(x) = \frac{4}{7} \sin(7x-3)$  (+c)

24) 
$$F(x) = \frac{4}{4}x^4 - \frac{5}{5}e^{3-5x}$$
  
=  $\frac{7}{4}x^4 + e^{3-5x}$ 

21) 
$$F(x) = \frac{4}{4}x^{4} + \frac{5}{2}e^{3-5x}$$
  
=  $\frac{7}{4}x^{4} + e^{3-5x}$  (+ c) =  $\frac{3}{5}e^{5x-7} + \frac{1}{2}x^{2} + 5x$  (+c)

23) 
$$F(x) = \frac{1}{3} sim(3x) - \frac{1}{-6} e^{1-6x}$$
  
=  $\frac{1}{3} sim(3x) + \frac{1}{6} e^{1-6x}$  (+c)

24) 
$$F(x) = -\frac{1}{5}\cos(5x) + \frac{1}{5}e^{5x-3}$$
 (+c)

25) 
$$F(x) = \frac{4}{1}x^{-1} + \frac{5}{2}sim(2x)$$
 26)  $F(x) = \frac{5}{4}x^{-4} + \frac{3}{4}e^{4x-3}$ 

26) 
$$F(x) = \frac{5}{4}x^{-\frac{4}{3}}e^{\frac{4x-3}{3}}$$

$$= -4x^{-1} - \frac{5}{2} sim(2x) + c) = -\frac{5}{4}x^{-4} - \frac{3}{4}e^{4x-3} + c$$

#### Primitives II : produit de deux parties, l'une étant «presque» la dérivée interne de l'autre

#### Commentaires et remarques

- Pour calculer les primitives de cette fiche, il faut savoir dériver une fonction composée («multiplier par la dérivée interne») : par exemple, la fonction  $(x^3 + 7)^3$  a pour dérivée la fonction  $3(x^3 + 7)^2(3x^2)$ . Donc, si on doit calculer la primitive de  $f(x) = x^2(x^3 + 7)^2$ , il faut raisonner en sens contraire et aboutir au résultat  $F(x) = \frac{1}{9} (x^3 + 7)^3$ .
- II. Il est recommandé, au moins au début, de vérifier (calcul de dérivée) que F'(x) = f(x) afin de constater que la dérivée interne «apparaît» lors du calcul de la dérivée de F(x) alors qu'elle «disparaît» lors du calcul de la primitive de f(x).
- III. Il peut parfois être utile (voir solutions ci-contre) de modifier l'écriture de la donnée f(x) de manière à voir le rôle de la «dérivée interne».
- IV. Pour que cette approche fonctionne, il faut que f(x) soit un produit où l'une des deux parties est «presque» la dérivée interne de l'autre partie. Voir les données 23) et 24) : aucune fonction F(x) ne peut être trouvée telle que F'(x) = f(x).

#### **Exercices**

Calculer les primitives des fonctions ci-dessous (notation f(x) ou notation intégrale).

1) 
$$f(x) = 2x(x^2 - 5)^3$$

2) 
$$f(x) = 3x^2(x^3 + 4)^5$$

3) 
$$\int 2x(5 - x^2)^4 dx$$

4) 
$$\int 3x^2(7 - x^3)^6 dx$$

5) 
$$f(x) = 5x(x^2 - 3)$$

5) 
$$f(x) = 5x(x^2 - 3)^7$$
 6)  $f(x) = -7x^2(x^3 - 3)^3$ 

7) 
$$\int 2x(3 - x^2)^{-5} dx$$

8) 
$$\int 4x^3(3-x^4)^{-5}dx$$

9) 
$$f(x) = -4x(x^2 - 3)^{\frac{1}{2}}$$

10) 
$$f(x) = 5x^2(x^3 - 3)^{\frac{1}{2}}$$

11) 
$$\int -7x(2+3x^2)^{-4}dx$$

12) 
$$\int 7x^3(2-5x^4)^{\frac{1}{2}}dx$$

13) 
$$f(x) = 2x\sin(x^2 - 3)$$

14) 
$$f(x) = 3x^2\cos(5 + x^3)$$

15) 
$$\int 5x\sin(5 - 3x^2)dx$$

16) 
$$\int 4x^2 \cos(2x^3 - 1) dx$$

17) 
$$f(x) = -3x^4e^{4-5x^5}$$

18) 
$$f(x) = 4x^6 e^{3-3x^7}$$

19) 
$$\int 5x^2e^{3-5x^3}dx$$

20) 
$$\int 5x^3 e^{3 + 7x^4} dx$$

21) 
$$f(x) = (2x + 3)(x^2 + 3x)^5$$
 22)  $f(x) = (4x + 6)(x^2 + 3x)^{\frac{1}{2}}$ 

Constater qu'on n'arrive pas à calculer les primitives des fonctions ci-dessous.

23) 
$$f(x) = 3x^3(x^3 + 4)^5$$
 24)  $f(x) = (2x + 1)(x^2 - 5)^3$ 

24) 
$$f(x) = (2x + 1)(x^2 - 5)^3$$

#### Solution détaillée

1) 
$$F(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 5)^4$$
 (+c) | 2)  $F(x) = \frac{1}{6}(x^3 + 4)^6$  (+c)

3) 
$$F(x) = -\frac{1}{5}(5-x^2)^5(+c)$$
 | 4)  $F(x) = -\frac{1}{7}(7-x^3)^7(+c)$ 

5) 
$$f(x) = (x^2 - 3)^7 \cdot 2x \cdot \frac{5}{2}$$

$$= \frac{1}{8}(x^2 - 3)^8 \cdot \frac{5}{2} = \frac{1}{16}(x^2 - 3)^8 (+c)$$

6) 
$$f(x) = (x^3 - 3)^3 \cdot 3x^2 \cdot (-\frac{7}{3})$$
  
 $f(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 3)^4 \cdot (-\frac{7}{3}) = -\frac{7}{42}(x^3 - 3)^4 \cdot (+c)$ 

7) 
$$F(x) = \frac{1}{4} (3-x^2)^{-4} (+c)$$
 8)  $F(x) = \frac{1}{4} (3-x^4)^{-4} (+c)$ 

9) 
$$f(x) = (x^2 - 3)^{\frac{1}{2}} \cdot 2x \cdot (-2)$$

Addives interne
$$F(x) = \frac{1}{5/2} (x^2 - 3)^{\frac{3}{2}} \cdot (-2) = -\frac{4}{3} (x^2 - 3)^{\frac{3}{2}} (+c)$$

$$F(x) = (x^{3}-3)^{\frac{1}{2}} \cdot 3x^{2} \cdot \frac{5}{3}$$

$$Additive interms$$

$$F(x) = \frac{1}{3/2}(x^{3}-3)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{9}(x^{3}-3)^{\frac{3}{2}} (+c)$$

$$f(x) = (2+3x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 6x \cdot \frac{-\frac{7}{6}}{6}$$

$$F(x) = \frac{1}{-3}(2+3x^2)^{-\frac{3}{6}} \cdot \frac{-\frac{7}{6}}{6} = \frac{\frac{7}{48}(2+3x^2)^{-\frac{3}{2}}}{48} \cdot \frac{-\frac{7}{2}}{(+6)}$$

12) 
$$f(x) = (2-5x^4)^{\frac{1}{2}} \cdot (-20x^3) \cdot \frac{7}{-20}$$
  
 $F(x) = \frac{1}{3/2} (2-5x^4)^{\frac{3}{2}} \cdot (\frac{7}{-20}) = -\frac{7}{30} (7-5x^4)^{\frac{3}{2}} \cdot (4x)$ 

$$(3) F(x) = -\cos(x^2 - 3) + (1) F(x) = \sin(5 + x^3) + (1)$$

$$F(x) = \sin(5-3x^2) \cdot (-6x) \cdot \frac{5}{-6}$$

$$F(x) = -\cos(5-3x^2) \cdot \frac{5}{-6} = \frac{5}{6}\cos(5-3x^2) (+c)$$

16) 
$$f(x) = \cos(2x^3-1) \cdot 6x^2 \cdot \frac{4}{6}$$
  
 $F(x) = \sin(2x^3-1) \cdot \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\sin(2x^3-1) (+c)$ 

$$(+c) = e^{4-5x^{5}} \cdot (-25x^{4}) \cdot \frac{-3}{-25}$$

$$F(x) = e^{4-5x^{5}} \cdot (\frac{-3}{-25}) = \frac{3}{25} e^{4-5x^{5}} (+c)$$

$$F(x) = e^{3-3x^{\frac{1}{4}} \cdot (-z_1x^6) \cdot \frac{4}{-z_4}}$$
$$F(x) = e^{3-3x^{\frac{1}{4}} \cdot (-z_1x^6) \cdot \frac{4}{-z_4}} = -\frac{4}{z_4} e^{3-3x^{\frac{1}{4}}} (+c)$$

$$F(x) = e^{3-5x^{3}} \cdot (-45x^{2}) \cdot \frac{5}{-45}$$

$$F(x) = e^{3-5x^{3}} \cdot \frac{5}{-15} = -\frac{4}{3}e^{3-5x^{3}} (+c)$$

$$F(x) = e^{3+7x^{4}} \cdot \frac{28x^{3} \cdot \frac{5}{28}}{28} = \frac{5}{28}e^{3+7x^{4}} (+c)$$

21) 
$$F(x) = \frac{1}{4}(x^2+3x)^6(+c)$$

$$F(x) = \frac{1}{3/2} (x^2 + 3x)^{\frac{1}{2}} \cdot (2x + 3) \cdot 2$$

$$F(x) = \frac{1}{3/2} (x^2 + 3x)^{\frac{3}{2}} \cdot 2 = \frac{4}{3} (x^2 + 3x)^{\frac{3}{2}} (+c)$$

23) 
$$f(x) = 6(x^3 + 4)^5 \cdot 3x^2 \cdot \frac{X}{6}$$
 ce west particle interme