Table des matières

Niveaux de difficulté

★ → ★★★★★

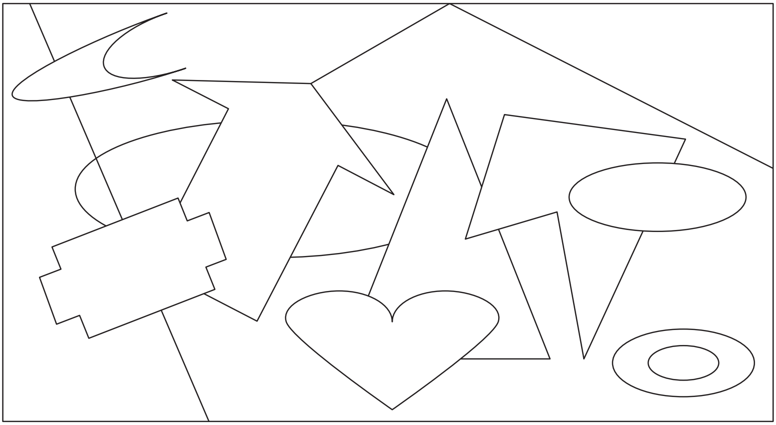
Facile → Difficile

2 Le tableau ★★

Denis veut colorier le tableau ci-dessous de telle sorte que deux plages voisines (non limitées à un point) n'aient jamais la même couleur.

a) Combien de couleurs doit-il utiliser, au minimum ?

b) Ce tableau comporte 16 plages. La réponse serait-elle la même pour un tableau ayant beaucoup plus de plages ?

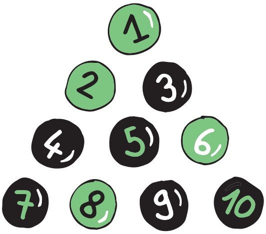


3 Les nombres triangulaires ★

Comme le montre la figure suivante, avec 10 boules, je peux former un triangle (chaque ligne doit contenir une boule de plus que la ligne précédente). C'est aussi le cas avec 3 boules et 6 boules. 1, 3, 6 et 10 sont donc des nombres triangulaires (ça peut paraître bizarre pour 1, mais c'est admis ainsi par les mathématiciens).

a) Est-ce que 55 et 90 sont des nombres triangulaires ?

b) Comment repérer un nombre triangulaire sans construire le triangle ?



4 Les lapins de Fibonacci ★★ → ★★★

NOTE L'énigme suivante est très connue. Elle a contribué à la renommée de son auteur, l'un des plus célèbres mathématiciens de l'histoire, Leonardo Fibonacci, qui vécut approximativement entre 1175 et 1240.

Un homme a placé en janvier, dès leur naissance, un couple (ici un couple représente toujours un mâle et une femelle) de lapins dans un pâturage entouré d'un haut mur. Il cherchait à savoir combien il y aurait de couples de lapins plus tard dans ce pâturage. Admettons qu'un couple de lapins engendre toujours un autre couple de lapins chaque mois, mais seulement à partir du 2e mois suivant leur naissance. Ainsi, un couple de lapins nés en janvier engendrera un autre couple en mars, puis un autre en avril, puis un autre en mai, etc.

a) Combien y aura-t-il de couples de lapins dans ce pâturage à la fin mars ?

b) Combien y aura-t-il de couples de lapins dans ce pâturage à la fin avril ?

c) Combien y aura-t-il de couples de lapins dans ce pâturage à la fin mai ?

d) Combien y aura-t-il de couples de lapins dans ce pâturage à la fin juillet ?

e) Combien y aura-t-il de couples de lapins dans ce pâturage à la fin décembre ?

f) Considérez le mois de janvier comme le mois 0, le mois de février comme le mois 1, le mois de mars comme le mois 2, le mois d'avril comme le mois 3, etc. Pour chaque numéro de mois, donnez le nombre de couples de lapins se trouvant dans ce pâturage à la fin de chaque mois. Cherchez le procédé permettant de calculer rapidement, à partir du 3e mois, le nombre total de couples se trouvant à la fin de chaque mois dans ce pâturage.

5 Les joueurs de jass ★★★ → ★★★★

NOTE Cette énigme suppose une connaissance des règles du jeu de jass.

Jules et Marc jouent aux cartes avec un jeu traditionnel de jass à 36 cartes. Les règles de leur jeu sont assez étranges mais donnent parfois lieu à des situations étonnantes : l'atout est tiré au sort avant chaque distribution de cartes, les annonces ne comptent pas et, chose la plus étrange, chacun voit, en plus de ses cartes, les cartes de son adversaire.

Marc vient de distribuer les cartes et c'est cœur qui est atout.

Jules a 5 cœurs (6, 7, 8, nell et dame), 2 trèfles (9 et as) et 2 piques (8 et as).

Marc a 4 cœurs (10, bour, roi et as) et 5 carreaux (6, 7, 8, 9 et valet).

NOTE Les 6, 7, 8 et 9 valent 0 point sauf le 9 d'atout (nell) qui vaut 14 points. Les valets valent 2 points sauf le valet d'atout (bour) qui vaut 20 points. Les 10, dames, rois et as valent respectivement 10, 3, 4 et 11 points. Celui qui gagne le dernier pli obtient 5 points supplémentaires.

C'est Jules qui doit commencer.

- Combien de points peut-il espérer faire au maximum sachant que Marc veut aussi en faire un maximum ? Quelle est la première carte que doit jouer Jules ?

6 Les heures de l'horloge ★ → ★★★

Pour noter les nombres représentant les heures de son horloge, Jules n'a employé pour chaque heure (de 1 à 12) que le chiffre 9, utilisé trois fois. De plus, il n'a eu besoin que des 4 signes d'opérations de base (+, −, ×, :) ainsi que du signe de la racine carrée et de celui des factorielles.

Pour ceux dont l'école n'est plus qu'un lointain souvenir, rappelons que $a!$ (on prononce a factorielle) $= a \cdot (a-1) \cdot (a-2) \cdot (a-3) \cdot ... \cdot 1$. Ainsi, $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$.

Par exemple, pour 2 heures, il a noté (9 + 9) : 9.

- Comment a-t-il fait pour les autres heures, sachant qu'aucun calcul ne nécessite l'utilisation d'une calculette ?