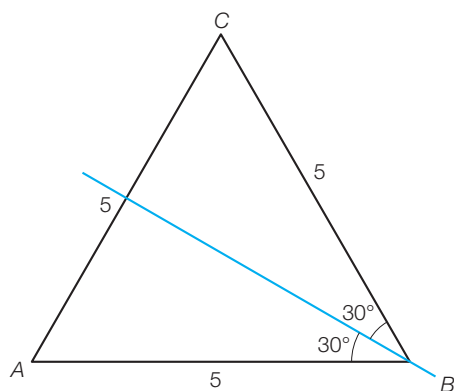


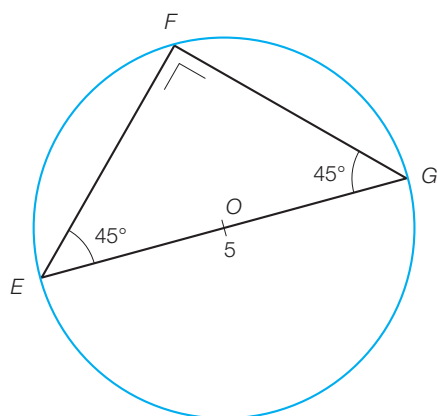
QSJp129

1. A: Un trapèze isocèle
 B: Un triangle isocèle
 C: Un cercle ou un disque
 D: Un octogone régulier
 E: Un fer de lance
 F: Un trapèze rectangle
 G: Un pentagone (non convexe)
 H: Un losange
 I: Un triangle équilatéral
 J: Un parallélogramme
 K: Un triangle rectangle
 L: Un rectangle
2. a) $\alpha = 180^\circ - 35^\circ - 105^\circ = 40^\circ$ b) $\beta = 360^\circ : 6 = 60^\circ$ ou $\beta = 180^\circ : 3 = 60^\circ$

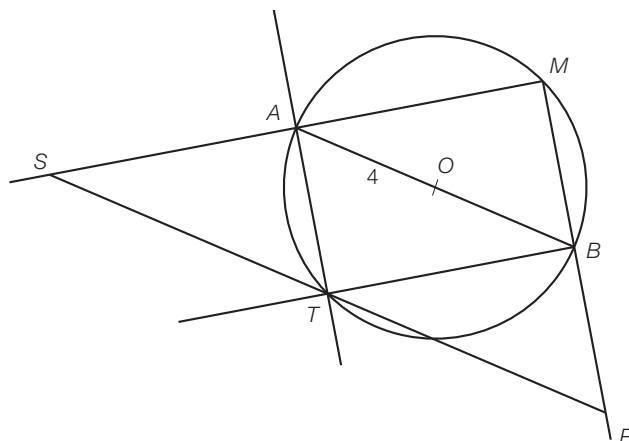
3.



4.

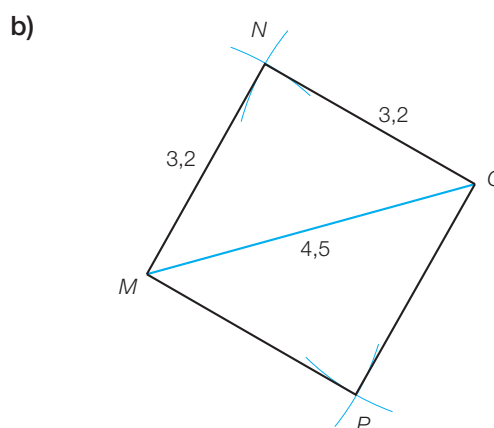
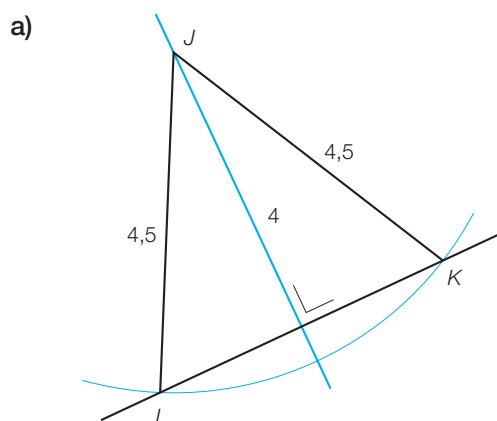


5. T semble sur le cercle et les trois points R , T , S semblent alignés. Par exemple:



ES1 Devinettes

- a) Un losange.
- b) Un triangle isocèle, mais pas équilatéral.
- c) Un carré.
- d) Un trapèze rectangle, mais pas un rectangle.
- e) Un trapèze isocèle (non rectangle), un cerf-volant (non losange) ou un fer de lance.

ES2 Just do it**ES3 Aux angles citoyens**

- a) Trapèze rectangle
 $\alpha = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 123^\circ = 57^\circ$
- c) Triangle isocèle
 $\gamma = (180^\circ - 2 \cdot 40^\circ) : 2 = 50^\circ$
- b) $\beta = (360^\circ - 2 \cdot 120^\circ) : 2 = 60^\circ$
- d) Triangle rectangle et isocèle
 $\delta = (180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$

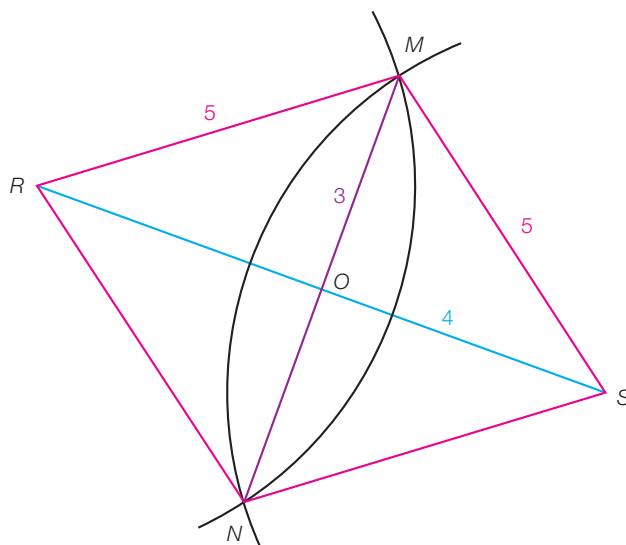
ES4 Quelle allure ?

- a)
- $MO = 3$
- cm.

$RMSN$ est un losange.

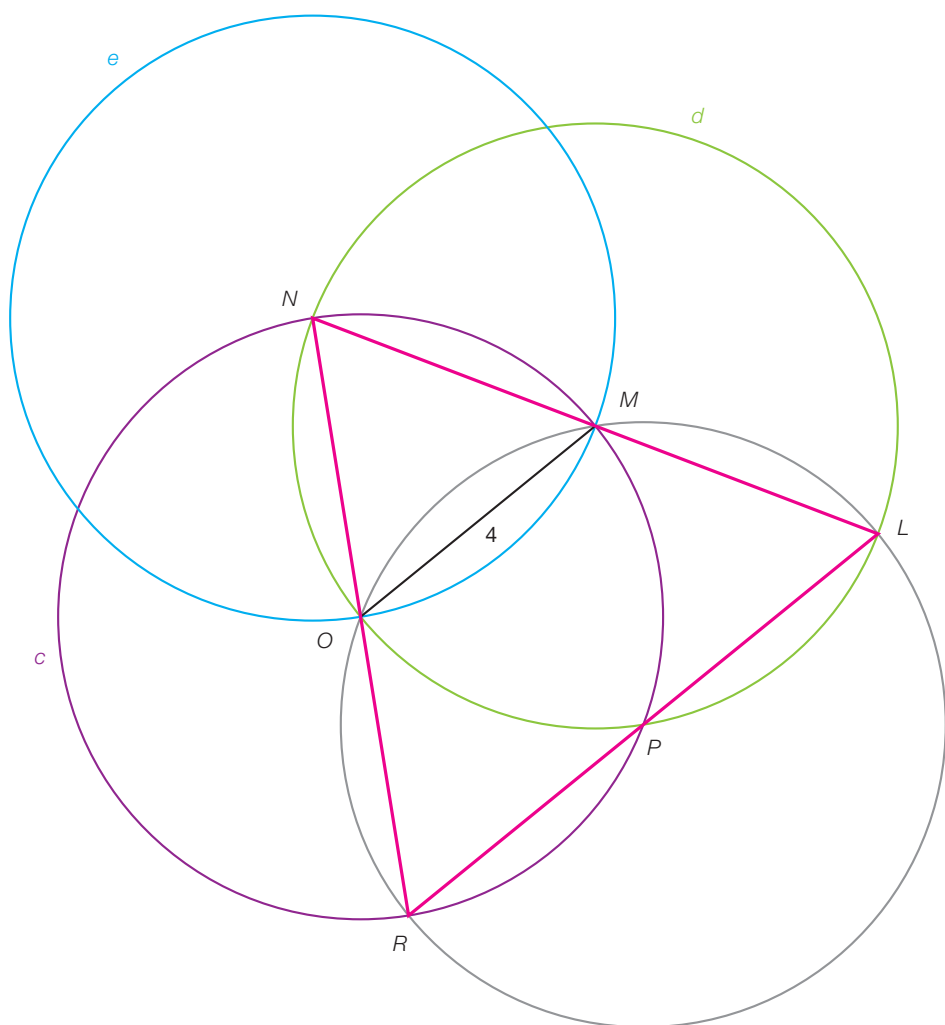
Ses quatre côtés sont isométriques (5 cm),
il a deux paires de côtés parallèles, il a deux
diagonales (8 cm et 6 cm) qui se coupent
perpendiculairement, en leur milieu.

Il a deux axes de symétrie (ses diagonales)
et un centre de symétrie (l'intersection de ses
diagonales).

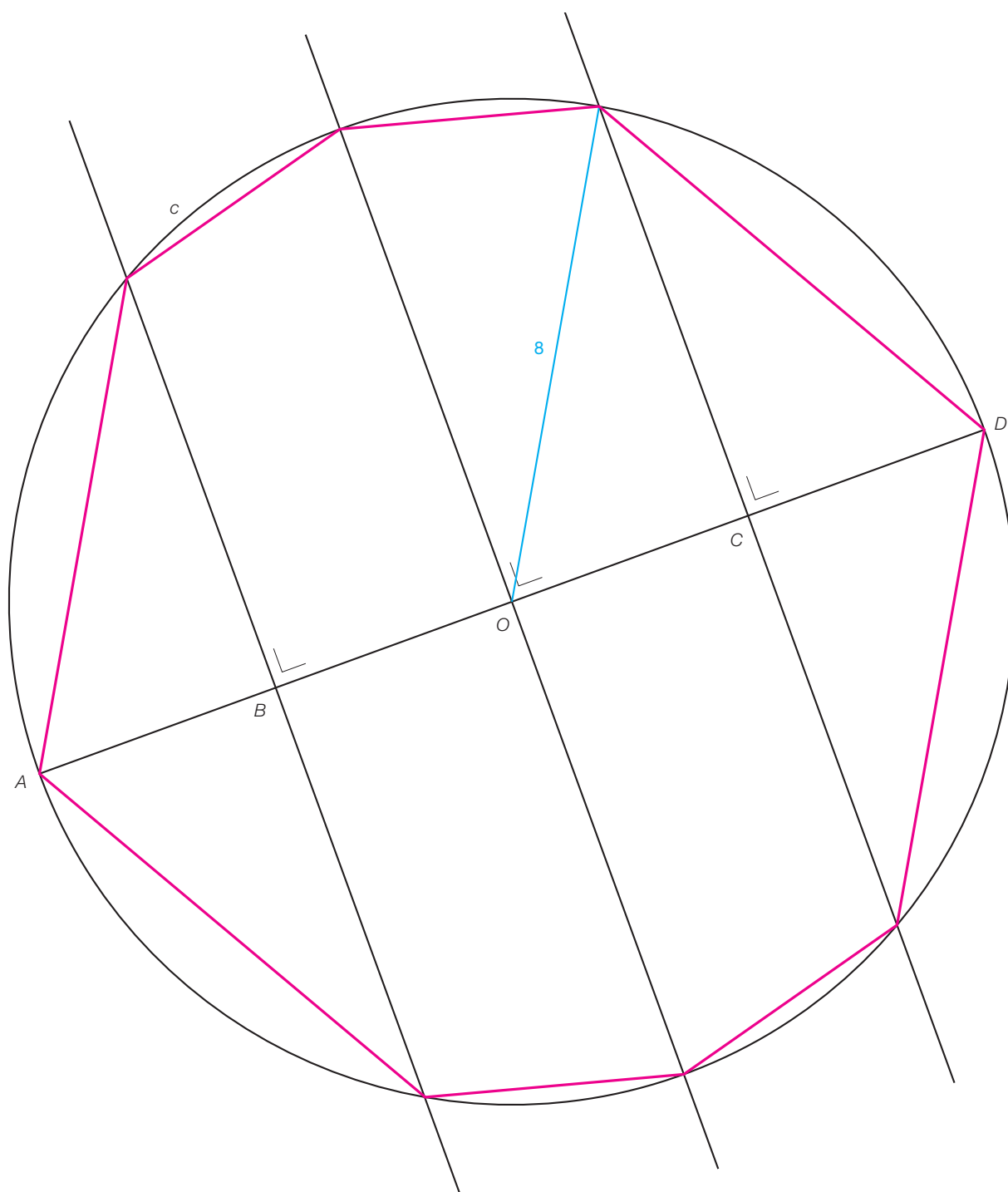


- b)
- O
- appartient au cercle
- d
- car, comme
- M
- est sur
- c
- ,
- $OM = 4$
- cm.

NLR est un triangle équilatéral de 8 cm de côté.

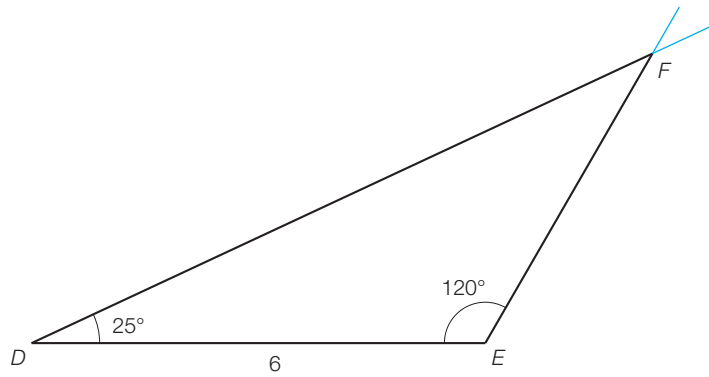
**SUITE →**

- c) Un octogone (inscriptible, non régulier, mais possédant deux axes de symétrie et un centre de symétrie).

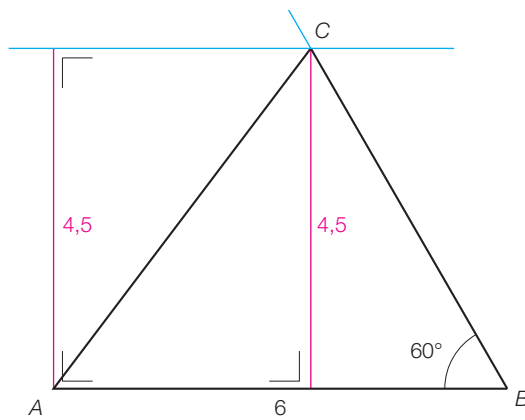


ES5 Constructions de triangles

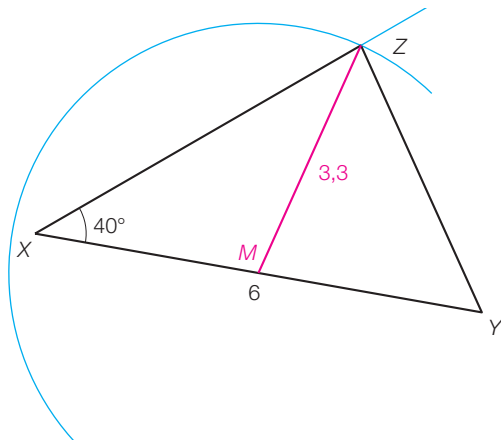
a)



b)

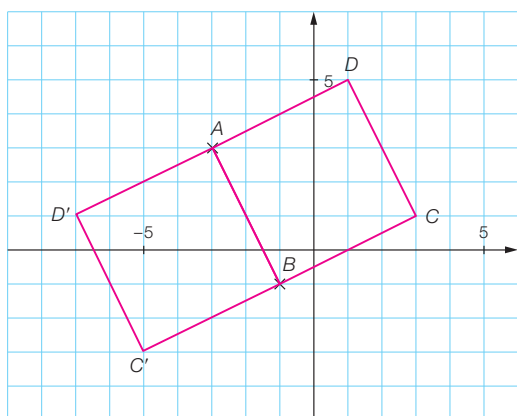


c)

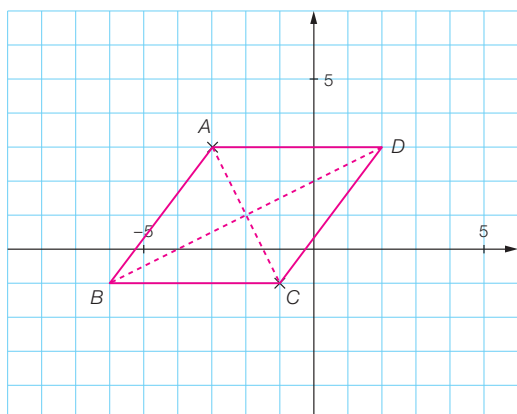


ES6 Dans un système d'axes

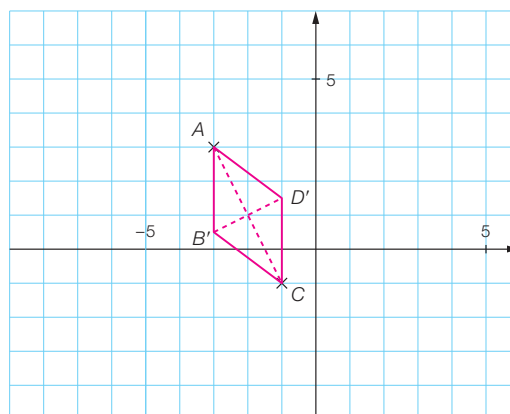
a) $C(3; 1)$, $D(1; 5)$ ou $C'(-5; -3)$, $D'(-7; 1)$



b) $(-6; -1)$ et $(2; 3)$



$(-3; 0,5)$ et $(-1; 1,5)$



c) Il y a une infinité de solutions, par exemple :

$B_1(-4; 2)$ et $D_1(-1,5; 1,5)$ ou

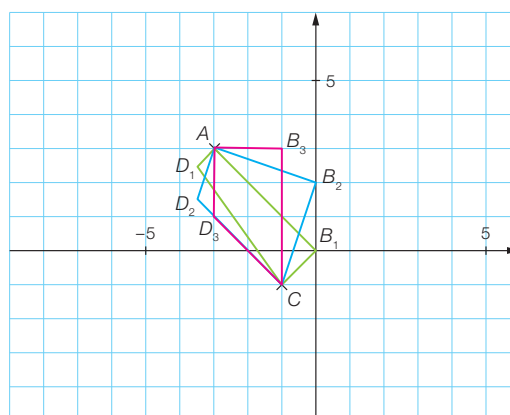
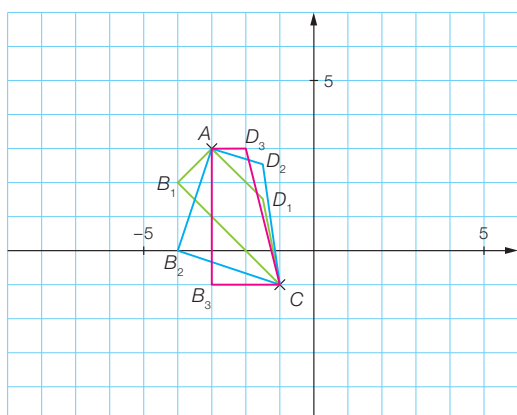
$B_2(-4; 0)$ et $D_2(-1,5; 2,5)$ ou

$B_3(-3; -1)$ et $D_3(-2; 3)$

$B_1(0; 0)$ et $D_1(-3,5; 2,5)$ ou

$B_2(0; 2)$ et $D_2(-3,5; 1,5)$ ou

$B_3(-1; 3)$ et $D_3(-3; 1)$



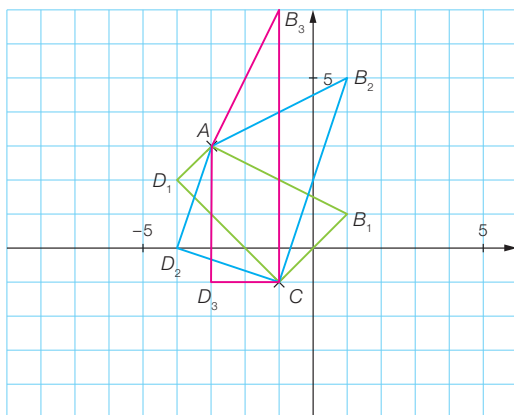
SUITE →

Espace 10^e

$B_1(1 ; 1)$ et $D_1(-4 ; 2)$ ou

$B_2(1 ; 5)$ et $D_2(-4 ; 0)$ ou

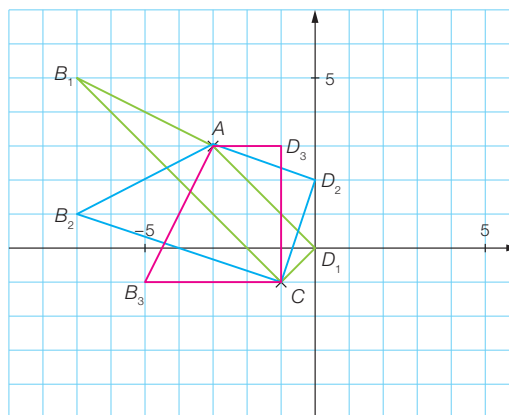
$B_3(-1 ; 7)$ et $D_3(-3 ; 1)$



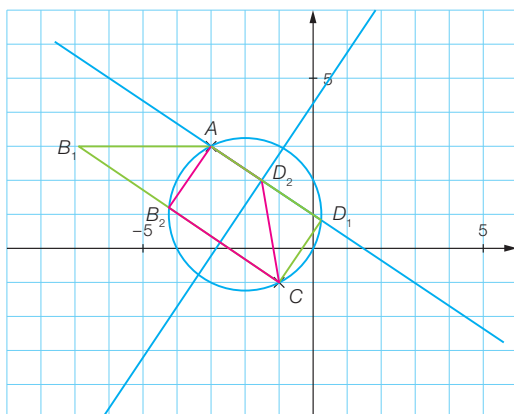
$B_1(-7 ; 5)$ et $D_1(0 ; 0)$ ou

$B_2(-7 ; 1)$ et $D_2(0 ; 2)$ ou

$B_3(-5 ; -1)$ et $D_3(-1 ; 3)$

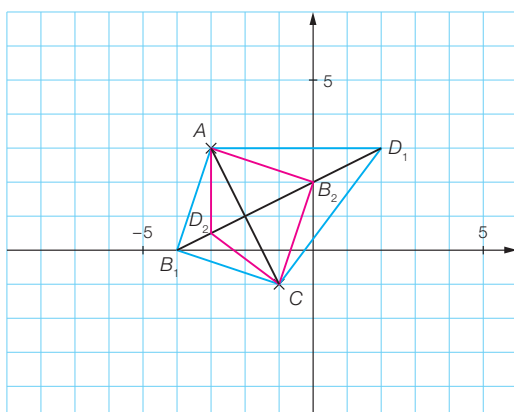


Le cercle de Thalès du segment AC permet de trouver une infinité de solutions avec des coordonnées non entières.



d) $B_1(-4 ; 0)$ et $D_1(2 ; 3)$ ou

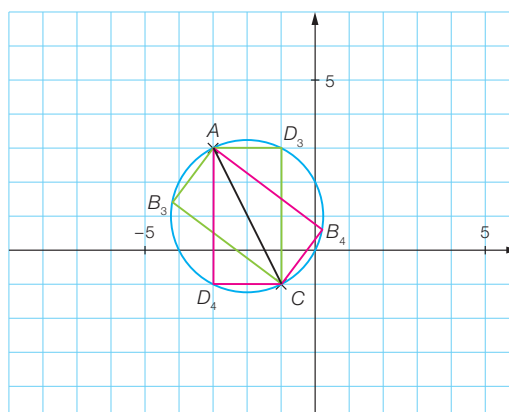
$B_2(0 ; 2)$ et $D_2(-3 ; 0,5)$



Le cercle de Thalès du segment AC permet de trouver deux autres solutions :

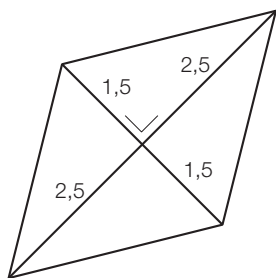
$B_3(-4,2 ; 1,4)$ et $D_3(-1 ; 3)$ ou

$B_4(0,2 ; 0,6)$ et $D_4(-3 ; -1)$

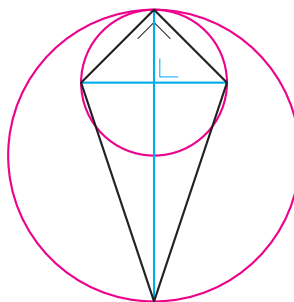


ES7 Constructions de quadrilatères

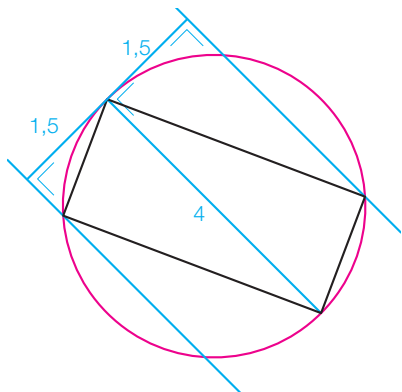
a)



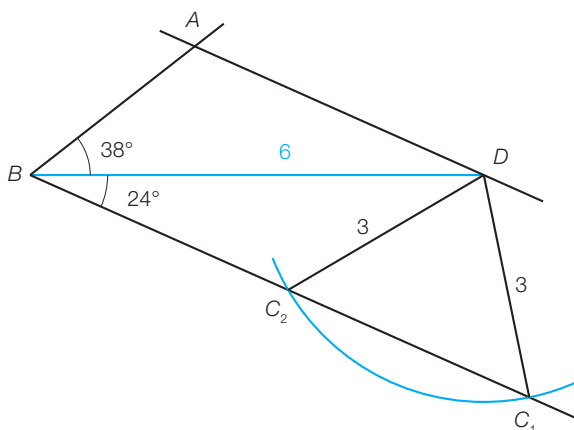
b)



c) Le rectangle est composé de deux triangles rectangles, chacun d'une aire de 3 cm^2 .



d) Avec ces mesures, AB ne peut pas être une base. Il y a deux solutions.



ES8 Pas à pas

a) Par exemple :

Tracer un segment BD de 5 cm.

Tracer le cercle p , de centre B et passant par D .

Tracer le cercle q , de centre D et passant par B .

p et q se coupent en A et C .

Tracer le losange $ABCD$, ainsi que ses diagonales AC et BD .

Ces diagonales se coupent en R .

b) Par exemple :

Tracer un cercle p , de centre M , de 4 cm de rayon.

Tracer un diamètre AN du cercle p .

Tracer un cercle q , de centre N , de 2,3 cm de rayon. p et q se coupent en B et F .

La droite AN coupe le cercle q en D , à l'extérieur de p .

La perpendiculaire à AD en D coupe la demi-droite AF en E et la demi-droite AB en C .

Tracer le segment CE .

ES9 Quel angle est-il ?

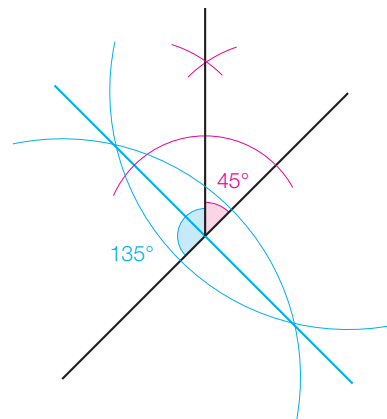
a) 13 h 40 → 170° ou 190°

b) 19 h 15 → 127,5° ou 232,5°

c) 8 h 12 → 174° ou 186°

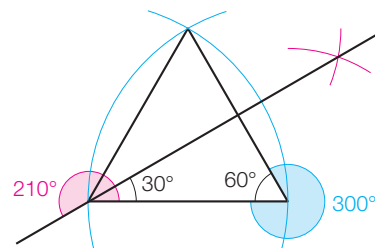
ES10 Sans rapporteura) $45^\circ = 90^\circ : 2$

Tracer un segment, puis construire sa médiatrice et la bissectrice d'un des angles droits ainsi formés.

b) $135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$ ou $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$ dans la figure a)

Pour les deux derniers angles, construire un triangle équilatéral et la bissectrice d'un de ses angles.

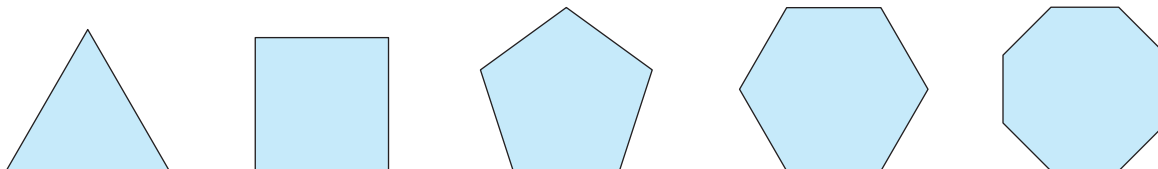
On obtient $210^\circ = 180^\circ + (60^\circ : 2)$ et $300^\circ = 360^\circ - 60^\circ$.

**ES11 Régulier ou non ?**

Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés sont isométriques et dont tous les angles sont isométriques.

ES12 Les réguliers

Triangle équilatéral, carré, pentagone régulier, hexagone régulier, octogone régulier,...



Pour construire un polygone régulier à n côtés, on peut :

- d'abord tracer un cercle de centre O ;
- construire n angles de sommet O , adjacents et valant tous $360^\circ : n$;
- relier les points où se coupent le cercle et les côtés des angles.

ES13 Questions de vocabulaire

- a) Un triangle
- Un quadrilatère
- Un pentagone
- Un hexagone
- Un octogone
- Un décagone
- b) A : le centre
- c : le cercle circonscrit
- MN : un côté
- AM : un rayon du cercle circonscrit
- α : un angle au centre
- β : un angle du polygone régulier

Corrigé

ES14 Angles en tous genres

- a) Un octogone régulier
- b) 135° , angle obtus
- c) 45° , angle aigu
- d) Dans un dodécagone régulier (12 côtés) : $\alpha = 150^\circ$ et $\beta = 30^\circ$
- e) Dans un polygone régulier à n côtés : $\alpha = \frac{180^\circ (n-2)}{n}$ et $\beta = \frac{360^\circ}{n}$

Corrigé

ES15 Déductions

$$\widehat{ABC} = \frac{180^\circ (5 - 2)}{5} = 108^\circ$$

Le triangle ABC est isocèle en B , on a donc $\widehat{BAC} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$

$$\widehat{BAO} = 108^\circ : 2 = 54^\circ$$

ES16 Avec ou sans

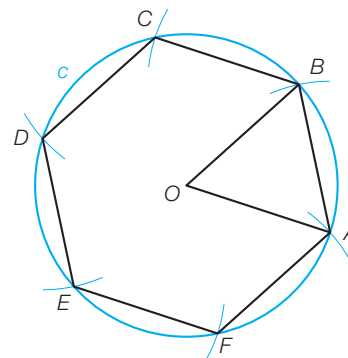
a) Par exemple :

Tracer un cercle de centre O .

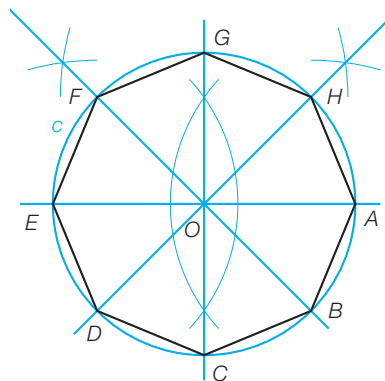
Reporter la mesure du rayon six fois sur le cercle.

Relier les points ainsi déterminés.

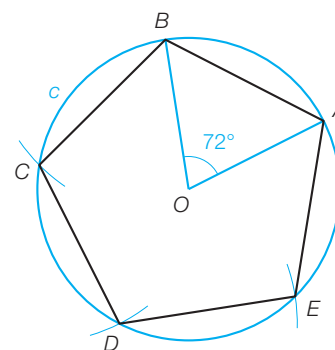
Ou

Construire un triangle équilatéral OAB .Tracer $c(O ; OA)$.Reporter l'arc \widehat{AB} quatre fois sur c depuis B (ou A) pour obtenir C, D, E et F .Relier les six points obtenus sur c .

b) Par exemple :

Tracer un cercle c de centre O et un diamètre AE .Construire un diamètre CG , perpendiculaire à AE .Construire les bissectrices des angles \widehat{AOG} et \widehat{EOG} . Elles coupent c en quatre nouveaux points.Relier les huit points obtenus sur c .

c) Par exemple :

Construire un triangle OAB , isocèle en O , avec $\widehat{AOB} = 72^\circ$.Tracer $c(O ; OA)$.Reporter l'arc \widehat{AB} trois fois sur c depuis B (ou A) pour obtenir C, D et E .Relier les cinq points obtenus sur c .

ES17 Quelques constructions

a) Par exemple :

Construire un carré $KLMN$, de 10 cm de côté. Ses diagonales se coupent en O .

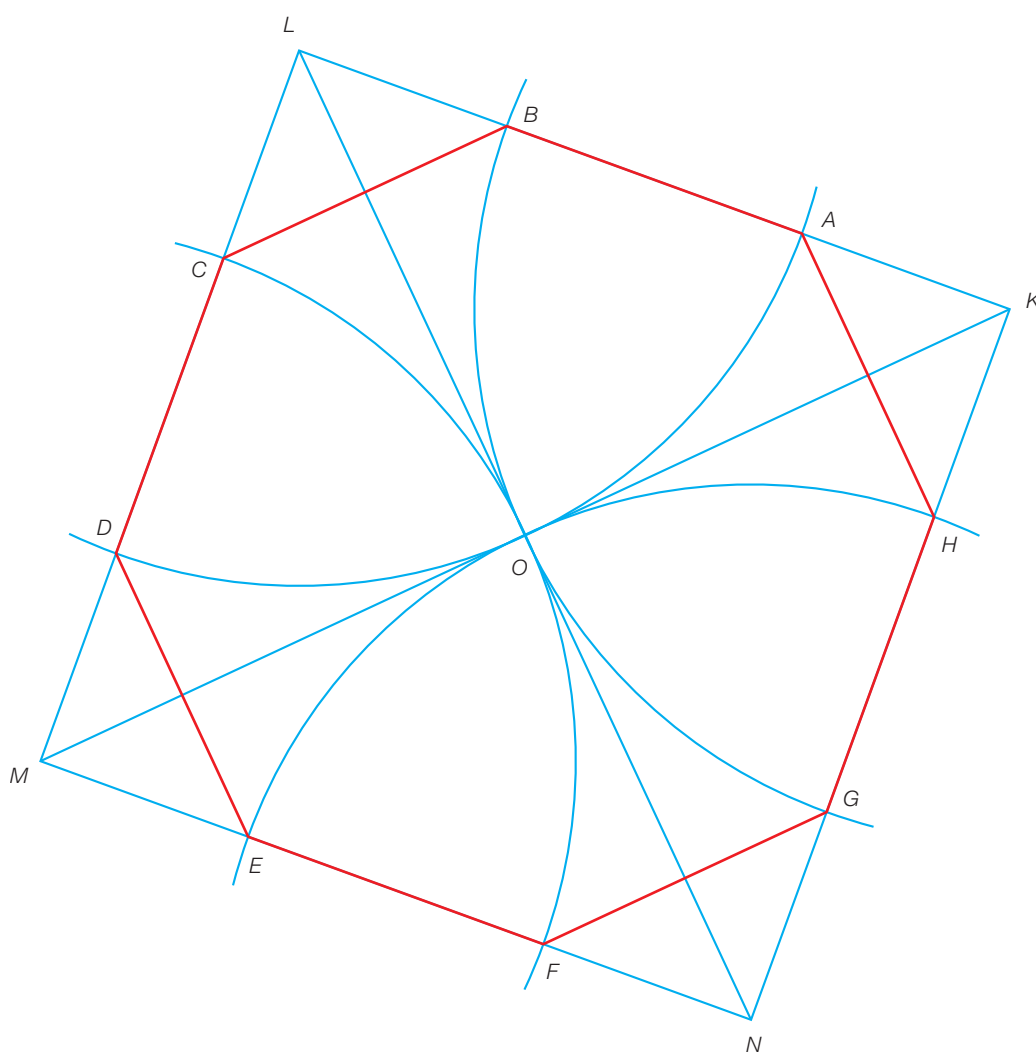
Le cercle de centre K passant par O coupe le côté KL en B et le côté KN en G .

Le cercle de centre L passant par O coupe le côté LK en A et le côté LM en D .

Le cercle de centre M passant par O coupe le côté ML en C et le côté MN en F .

Le cercle de centre N passant par O coupe le côté NM en E et le côté NK en H .

Tracer l'octogone régulier $ABCDEFGH$.

**SUITE →**

b) Par exemple :

Tracer un cercle c , de centre O et de 5 cm de rayon.

Construire PR et AQ , deux diamètres perpendiculaires.

Tracer le cercle de centre R et passant par O . Il coupe c en S et T .

La droite ST coupe OR en U .

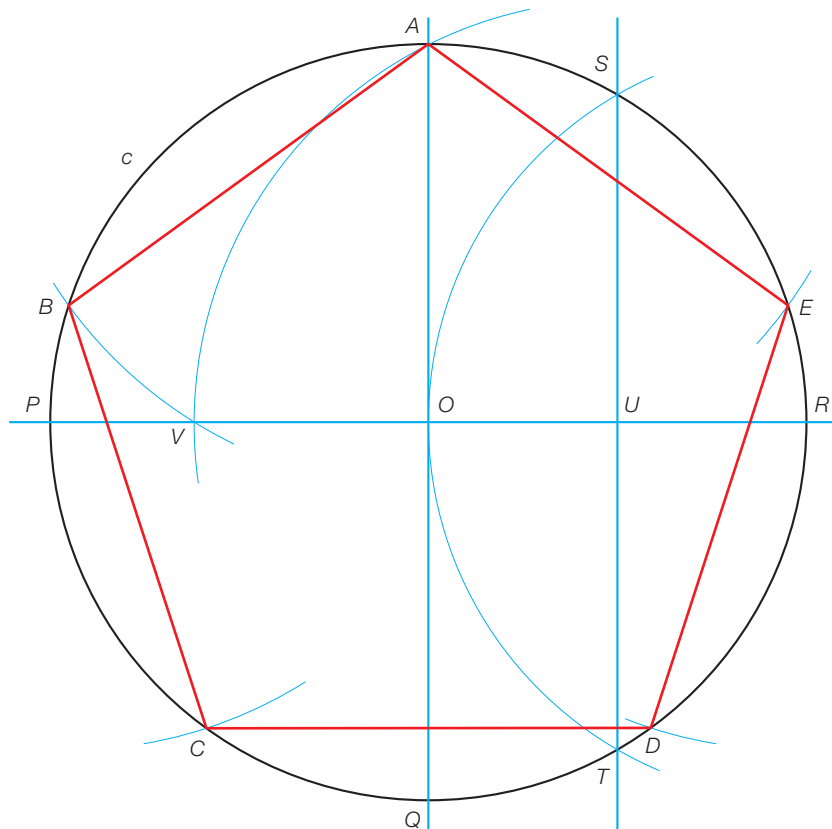
Le cercle de centre U et passant par A coupe le segment OP en V .

Le cercle de centre A et passant par V coupe c en B et E .

Le cercle de centre B et passant par A recoupe c en C .

Le cercle de centre E et passant par A recoupe c en D .

Tracer le pentagone régulier $ABCDE$.



ES18 En équilibre

Il suffit de placer la pointe du crayon sur le centre de gravité du triangle (plus facile à dire qu'à faire!).

ES19 Avec des baguettes

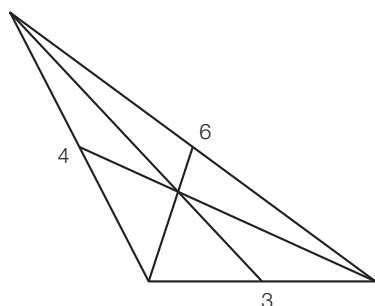
a) Triangles constructibles : 3-4-6 ; 3-6-7 ; 3-7-9 ; 4-6-7 ; 4-6-9 ; 4-7-9 ; 6-7-9

Triangles dégénérés (aplatis) : 3-4-7 ; 3-6-9

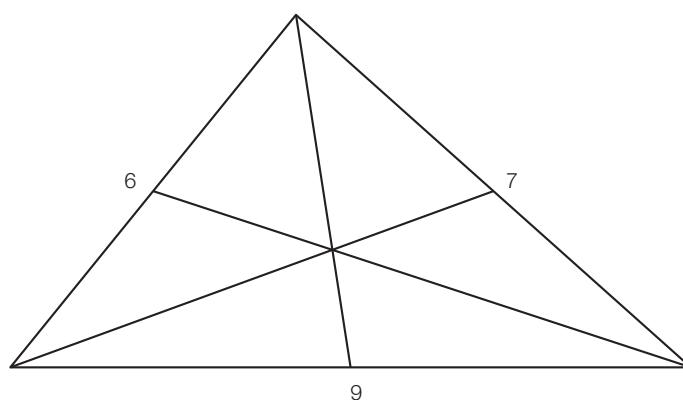
Triangle non constructible : 3-4-9

b) et c)

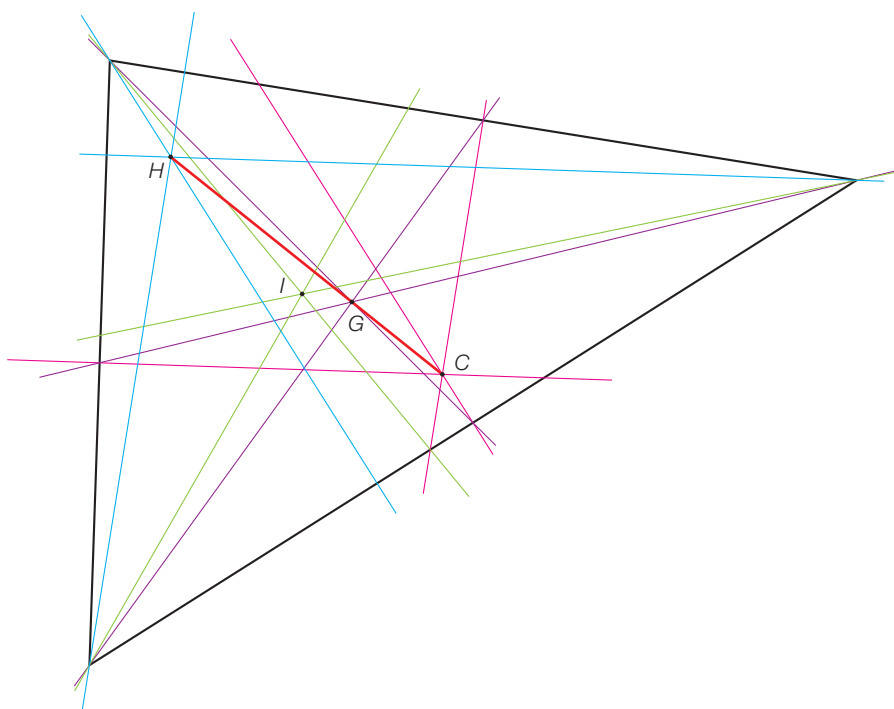
Le plus petit périmètre



Le plus grand périmètre

**ES20 Droite d'Euler**

L'orthocentre H , le centre de gravité G et le centre du cercle circonscrit C sont toujours alignés.



ES21 Quelle justification ?

A appartenant à la médiatrice de BC , le triangle ABC est isocèle en A ($AB = AC$).

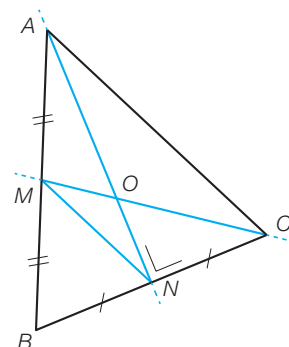
AN est également une médiane, une hauteur, une bissectrice.

$NB = NC$ et AN est perpendiculaire à BC .

CM est une médiane, donc $MA = MB$.

AN et CM sont des médianes, donc O est le centre de gravité du triangle ABC .

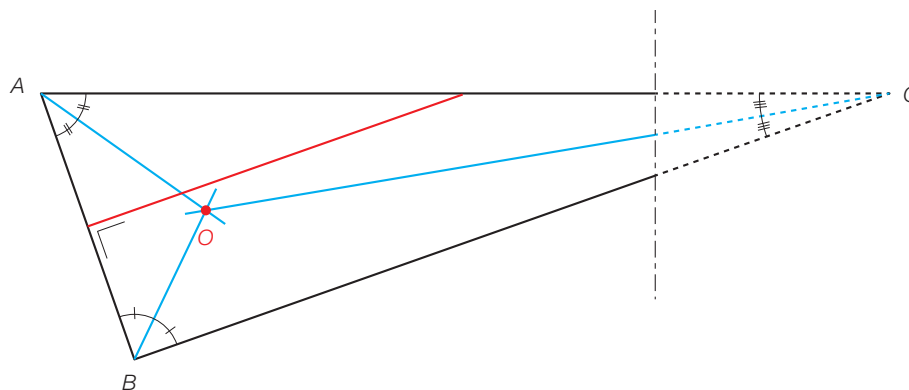
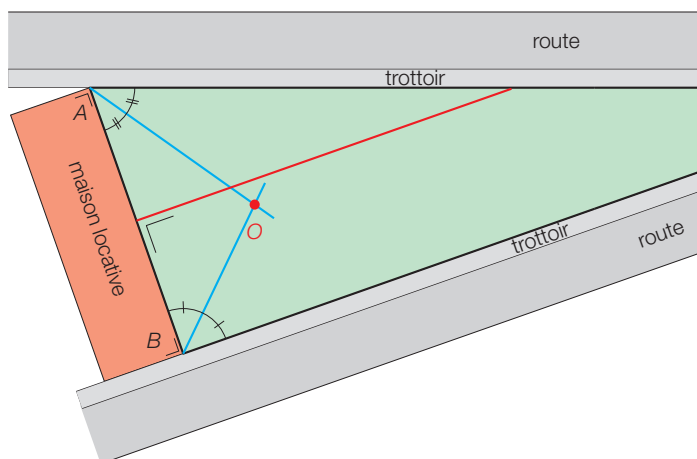
M est le milieu de AB et N est le milieu de BC , donc MN est parallèle au segment AC et en mesure la moitié (propriété du segment moyen).



Corrigé

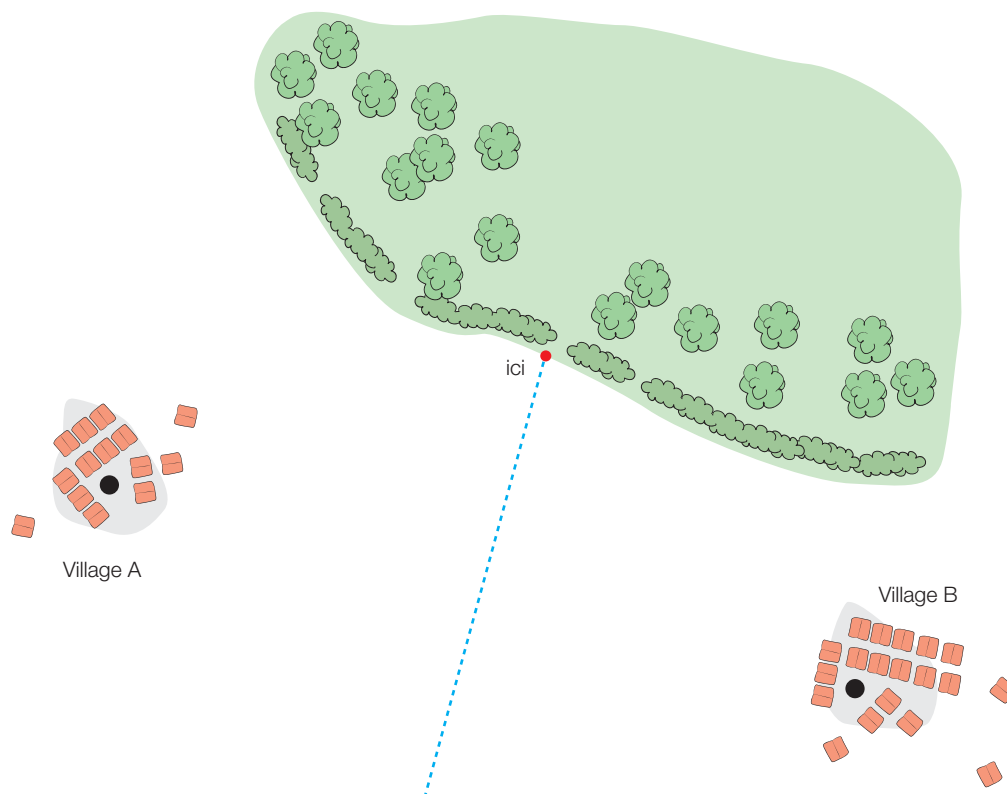
ES22 Eclairage public

- L'éclairage doit être sur la portion de la médiatrice du segment AB se trouvant dans le jardin.
- L'éclairage doit être au centre O du cercle inscrit du triangle ABC (intersection des bissectrices).

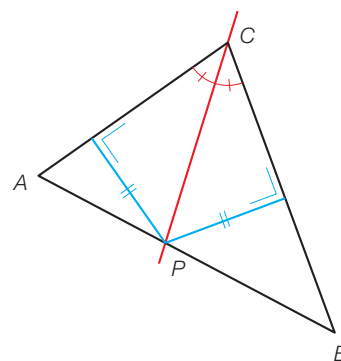


ES23 Déchetterie

Construire la médiatrice du segment reliant les deux villages (= points noirs).

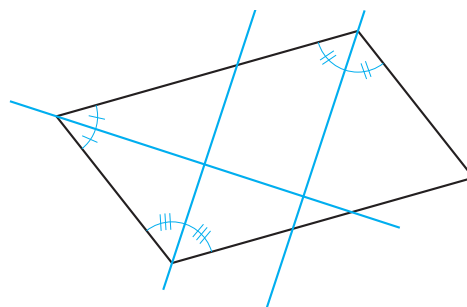
**ES24 Help!**

P est l'intersection de la bissectrice de l'angle \widehat{ACB} et du côté AB .

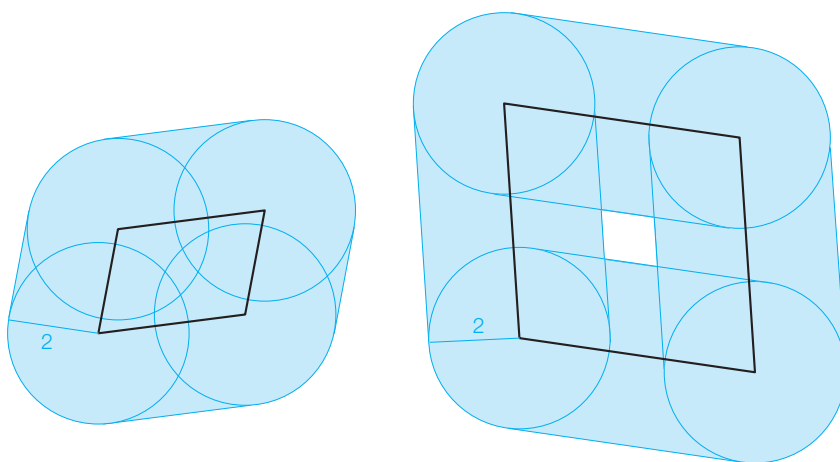


ES25 Où suis-je ?

- a) En général non, car il faudrait que les bissectrices du parallélogramme se coupent en un seul point (ce qui n'est le cas que quand le parallélogramme est un losange).



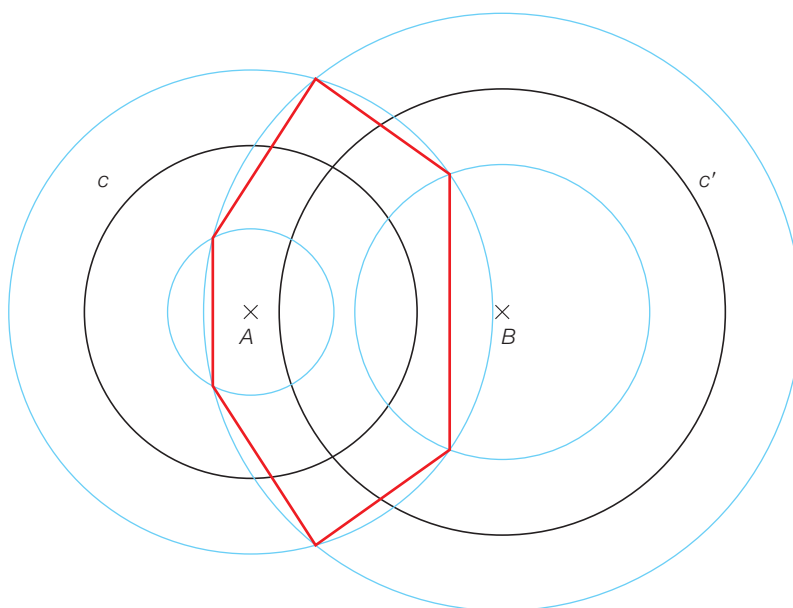
- b) La surface où le point peut se trouver dépend de la taille du parallélogramme.

**ES26 Des ronds dans l'eau**

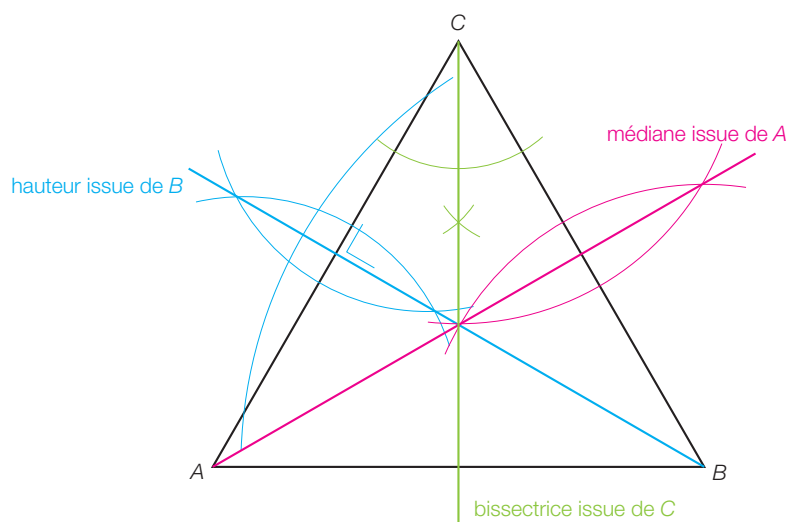
Les cercles inscrit et circonscrit ne sont concentriques que si le triangle est équilatéral.

ES27 Quel polygone ?

Si A est le centre de c et B le centre de c' , le polygone est un hexagone dont AB est un axe de symétrie.

**ES28 Confondant !**

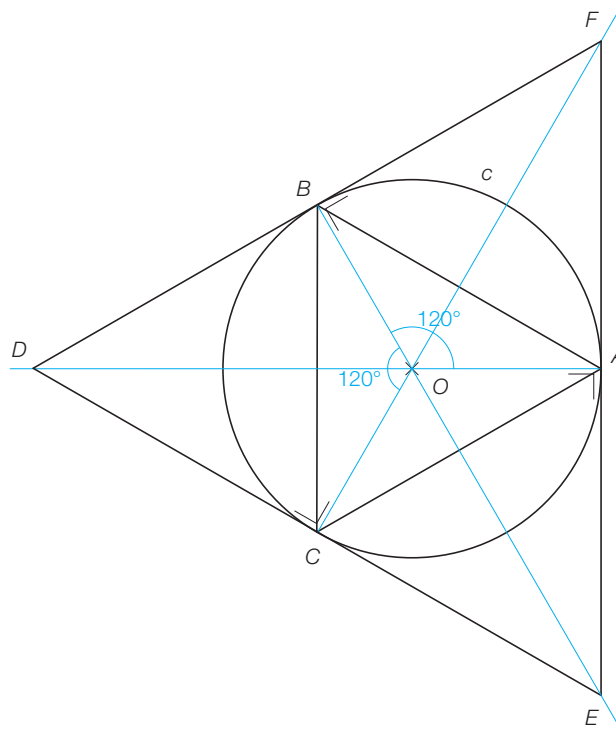
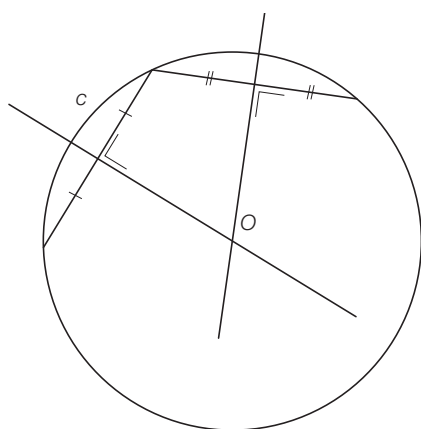
Du moment que le triangle est équilatéral, toutes les droites remarquables seront confondues, trois à trois, et leur point d'intersection est unique.



ES29 Inscrit et circonscrit

Il existe beaucoup de manières différentes d'y arriver, par exemple :

- construire le centre du cercle en utilisant des médiatrices de cordes ;
- construire le triangle équilatéral ABC comme un polygone régulier inscrit dans le cercle ;
- construire le triangle équilatéral DEF en utilisant les perpendiculaires aux hauteurs du triangle ABC passant respectivement par A , B et C .



ES30 Sur la pointe

Par exemple : $CB = CD$, donc le triangle CBD est isocèle en C , ainsi $\widehat{BCD} = 180^\circ - 2 \cdot 48^\circ = 84^\circ \neq 80^\circ$.

Le quadrilatère $ABCD$ ne peut pas être un parallélogramme car deux de ses angles opposés ne sont pas isométriques.

ES31 A calculer

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

CF est une bissectrice, donc

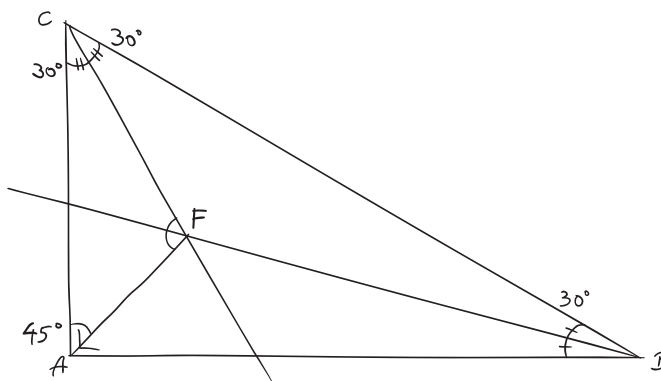
$$\widehat{ACF} = 60^\circ : 2 = 30^\circ$$

F est le centre du cercle inscrit, donc

$$AF \text{ est une bissectrice et } \widehat{CAF} = 90^\circ : 2 = 45^\circ.$$

Dans le triangle ACF , on a

$$\widehat{AFC} = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ.$$

**ES32 Le double-mètre**

$$\widehat{CBD} = 180^\circ - 156^\circ = 24^\circ \text{ (angles supplémentaires)}$$

Le triangle ABC est isocèle en B , donc

$$\widehat{ACB} = (180^\circ - 156^\circ) : 2 = 12^\circ.$$

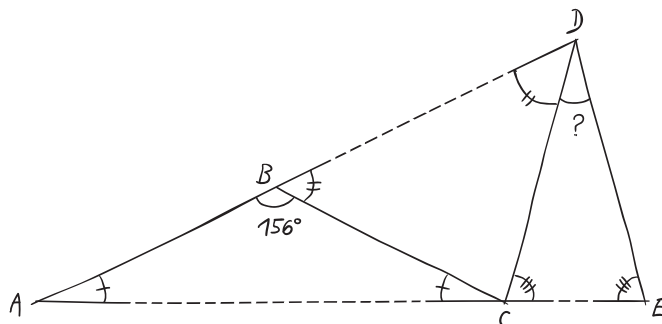
Le triangle BCD est isocèle en C :

$$\widehat{BCD} = 180^\circ - 2 \cdot 24^\circ = 132^\circ$$

$$\text{Ainsi, } \widehat{DCE} = 180^\circ - 12^\circ - 132^\circ = 36^\circ$$

Le triangle CDE est isocèle en D :

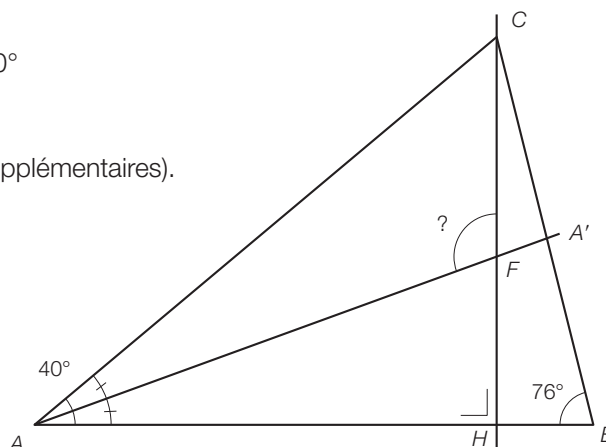
$$\widehat{CDE} = 180^\circ - 2 \cdot 36^\circ = 108^\circ.$$

**ES33 Esquisse et calcule!**

$$AF \text{ est une bissectrice, donc } \widehat{FAH} = 40^\circ : 2 = 20^\circ$$

$$\text{et donc } \widehat{AFH} = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ = 70^\circ.$$

$$\text{Finalement } \widehat{AFC} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \text{ (angles supplémentaires).}$$



ES34 Bissection

$$\widehat{EGF} = 180^\circ - 94^\circ - 52^\circ = 34^\circ$$

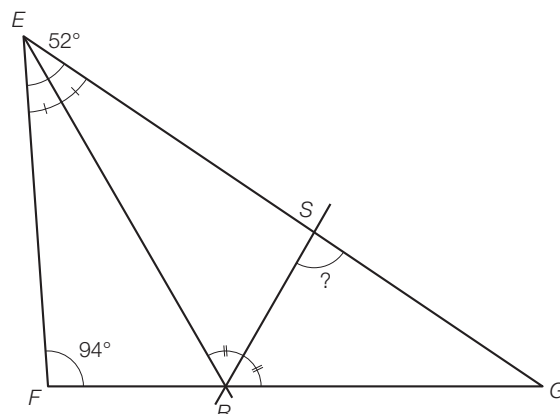
ER est une bissectrice, donc $\widehat{FER} = 52^\circ : 2 = 26^\circ$.

$$\widehat{ERF} = 180^\circ - 94^\circ - 26^\circ = 60^\circ$$

$\widehat{ERG} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ (angles supplémentaires)

RS est une bissectrice, donc $\widehat{GRS} = 120^\circ : 2 = 60^\circ$.

$$\widehat{RSG} = 180^\circ - 60^\circ - 34^\circ = 86^\circ$$

**ES35 Isocèle et équilatéral**

$$\widehat{FGH} = 50^\circ + 10^\circ = 60^\circ = \widehat{FHG}$$

donc le triangle FGH est équilatéral.

Ainsi $\widehat{GFH} = 60^\circ$ et $HG = HF (= FG)$.

$$\widehat{GIH} = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$$

donc $\widehat{EIF} = 70^\circ$ (opposés par le sommet).

$$\widehat{GEH} = 180^\circ - 50^\circ - (60^\circ + 20^\circ) = 50^\circ$$

$\widehat{GEH} = \widehat{EGH}$, donc le triangle EGH est isocèle en H .

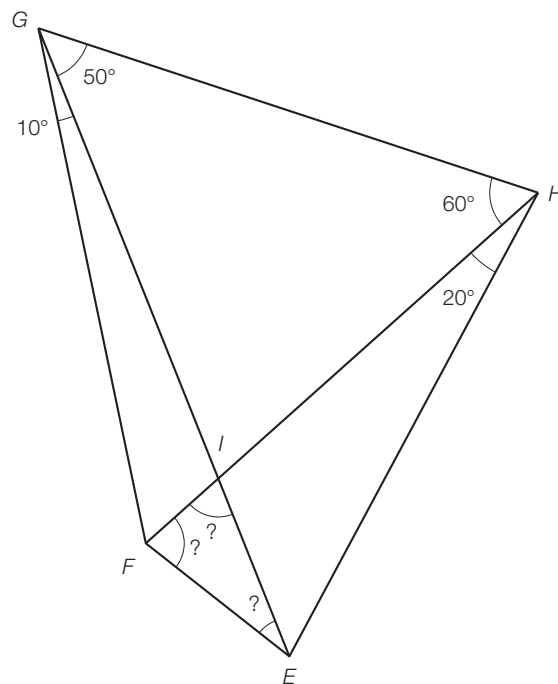
Ainsi $HG = HE$.

Comme $HG = HF$, on en déduit que $HE = HF$.

Le triangle EFH est isocèle en H ,

$$\text{donc } \widehat{EFH} = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ = \widehat{EFI} = \widehat{FEH}$$

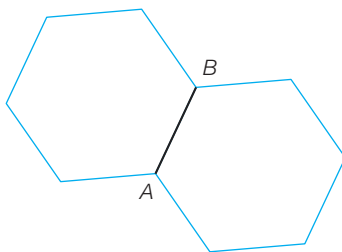
$$\widehat{FEI} = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ = 30^\circ.$$



FLPp137

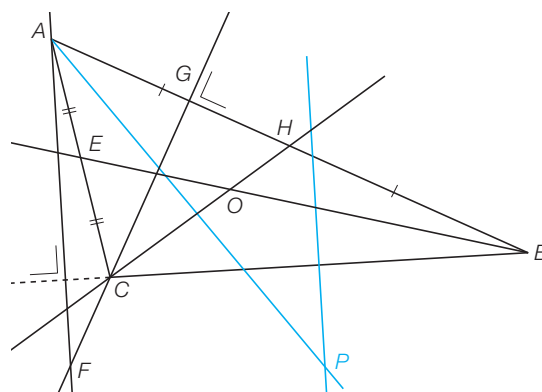
1. a) Vrai
- b) Faux. Affirmations correctes :
Tout polygone régulier est constitué de triangles **isocèles**
ou
Tout **hexagone** régulier est constitué de **six** triangles équilatéraux.
- c) Faux. Affirmation correcte :
Pour calculer l'angle au centre d'un polygone régulier, il faut diviser **360°**
par le nombre de côtés du polygone.
- d) Faux. Affirmation correcte :
Un polygone dont tous les côtés **et les angles** sont isométriques est un polygone régulier.
- e) Vrai.

2. Il y a deux possibilités.

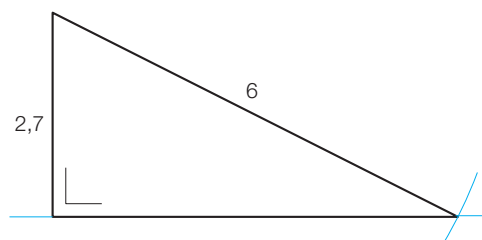


3. Le triangle ACD est rectangle en C ; du fait que la somme des angles d'un triangle vaut 180° , on a donc $\widehat{CAD} + \widehat{CDA} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.
Le triangle ACD est isocèle en C donc $\widehat{CAD} = \widehat{CDA} = 90^\circ : 2 = 45^\circ$.
 B appartient à la médiatrice du segment AD , donc $BA = BD$ et le triangle ABD est isocèle en B .
Si $\widehat{BDC} = 85^\circ$, alors $\widehat{BAF} = \widehat{BAD} = \widehat{ADB} = 85^\circ - 45^\circ = 40^\circ$.

4. a) P est l'intersection de la bissectrice de l'angle \widehat{BAC} et de la médiatrice du segment BC .



- b) Le point F s'appelle l'**orthocentre** du triangle ABC , car AF et CG sont des hauteurs.
Le point O s'appelle le **centre de gravité** du triangle ABC , car BE et CH sont des médianes.
- c) La médiane CH partage le triangle ABC en deux triangles de même aire.
L'aire du triangle BCH est donc la moitié de celle du triangle ABC .
 BE étant une autre médiane, l'aire du triangle ABE est aussi la moitié de celle du triangle ABC .
Les triangles BCH et ABE ont donc **la même aire**.

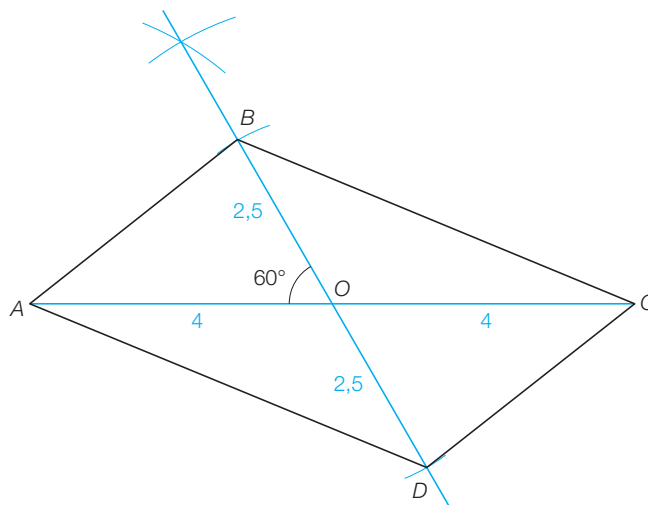
ES36 Fait sur mesure

ES37 Les deux...

- a) Tracer un angle de 60° de sommet O ,
reporter un segment $OA = 4$ cm sur un de
ses côtés et un segment $OB = 2,5$ cm sur
l'autre côté.

Construire C et D , tels que O soit le milieu
des segments AC et BD .

Tracer $ABCD$.

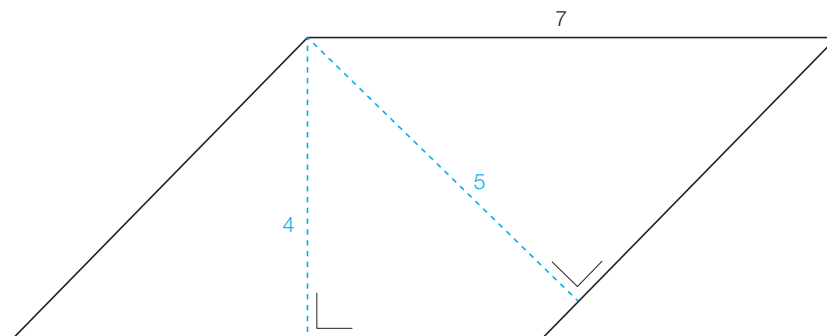
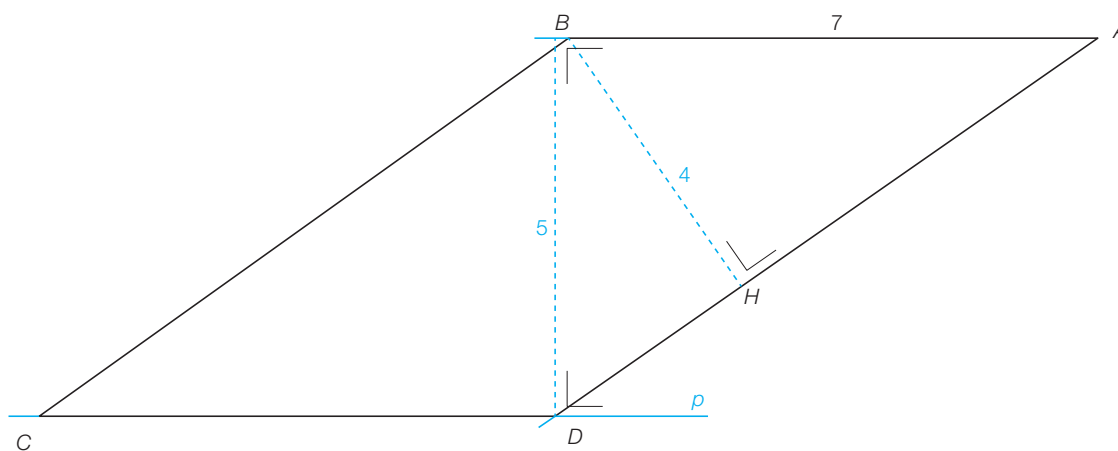


- b) Il y a deux solutions, selon que la hauteur correspondant au côté de 7 cm mesure 5 cm ou 4 cm.
Si elle est de 5 cm, on a, par exemple :

Construire un triangle ABH , rectangle en H , tel que $HB = 4$ cm et $AB = 7$ cm.

Tracer une parallèle p à AB , à 5 cm de AB . p coupe AH en D .

Compléter le parallélogramme $ABCD$.

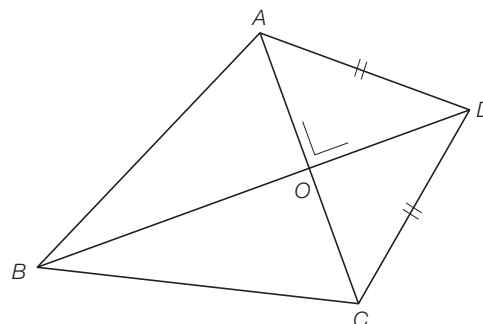


ES38 A fond la forme !

Le triangle ACD étant isocèle en D , DO est une hauteur et une médiatrice.

B se trouvant sur la médiatrice du segment AC , le quadrilatère $ABCD$ a un axe de symétrie diagonal.

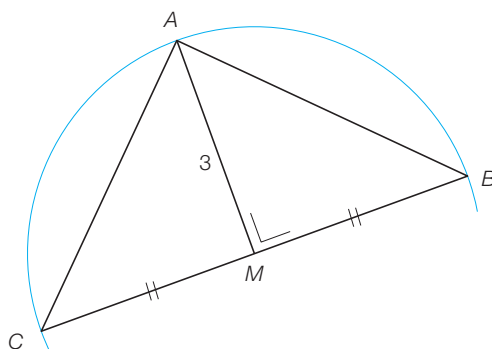
Il s'agit donc d'un cerf-volant.



Corrigé

ES39 Rectangle et isocèle

Le triangle ABC étant isocèle en A , la médiane AM est aussi une médiatrice.

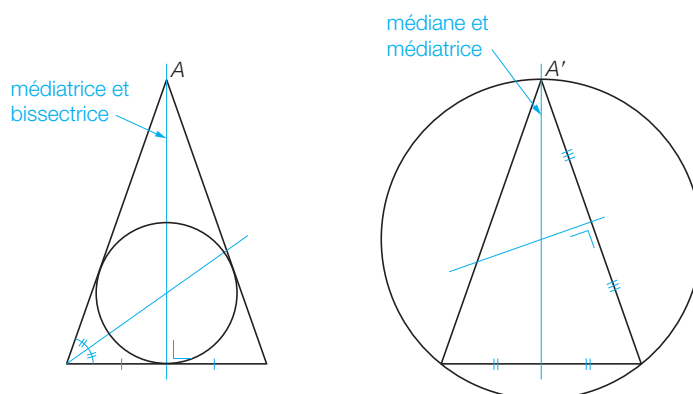


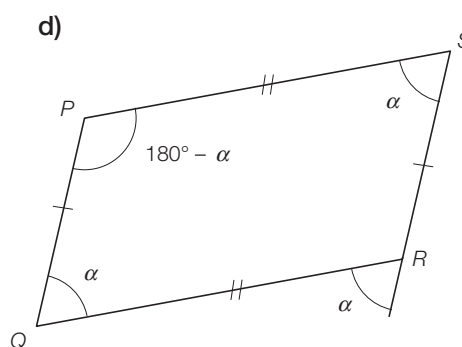
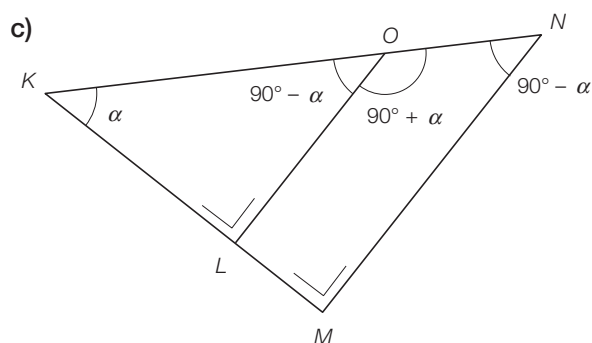
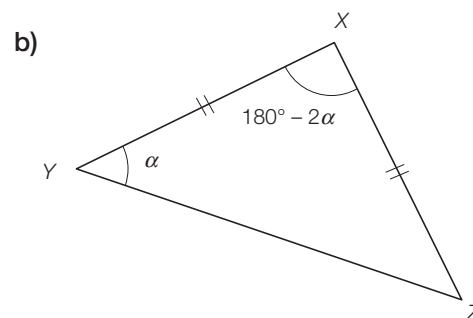
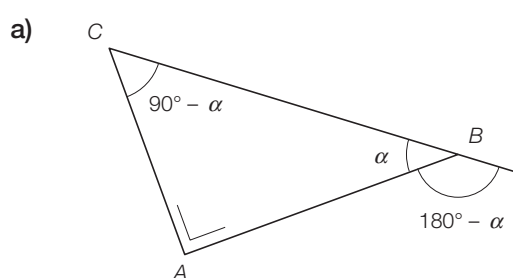
Corrigé

ES40 Jennifer et Christophe

La médiane, la médiatrice, la hauteur et la bissectrice qui passent par le sommet A d'un triangle isocèle sont confondues.

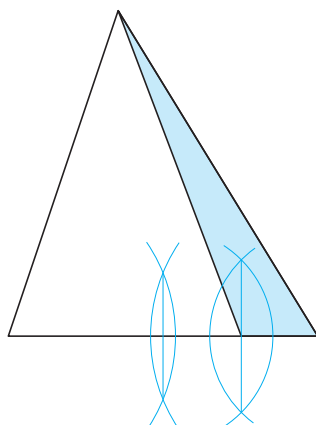
Tous les deux ont raison, pour autant qu'ils tracent au moins une droite remarquable issue du sommet provenant de l'intersection des deux côtés isométriques.



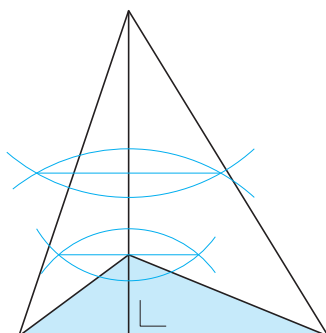
ES41 En fonction de α **ES42 Un quart d'aire**

Par exemple en partageant en quatre

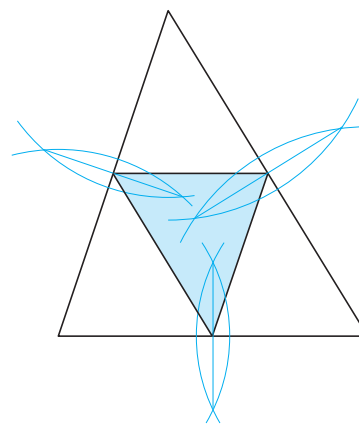
un côté



une hauteur



ou en reliant les milieux
des trois côtés

**ES43 Laurel et Hardy**

La somme des angles d'un polygone à n côtés est donnée par la formule $180^\circ \cdot (n - 2)$.

Chaque fois qu'on ajoute un côté, on ajoute 180° à la somme des mesures des angles.

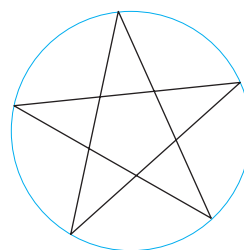
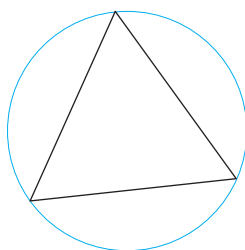
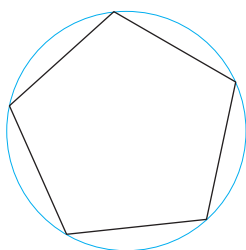
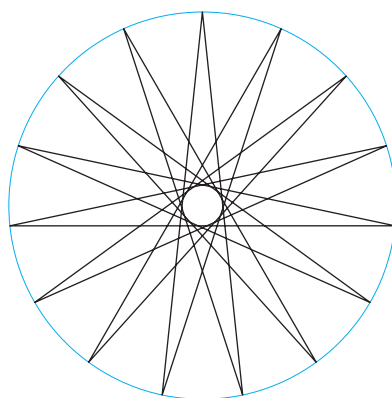
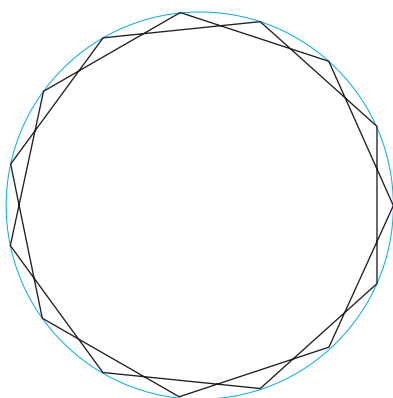
En ajoutant suffisamment de côtés, on peut donc dépasser le « million de degrés ».

C'est le cas dès 5558 côtés. Laurel a raison.

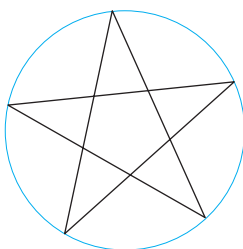
ES44 Polygones étoilés

Il y a deux autres polygones étoilés à 15 branches, en reliant les sommets tous les 2 ou tous les 7. En les reliant tous les 3, tous les 5 ou tous les 6, on obtient des polygones, étoilés ou non, à moins de côtés.

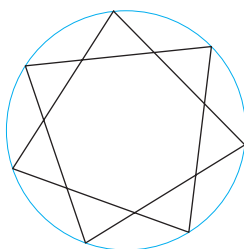
On peut construire un polygone étoilé à 15 branches si le nombre de ses sommets et l'alternance (tous les...) sont premiers entre eux.



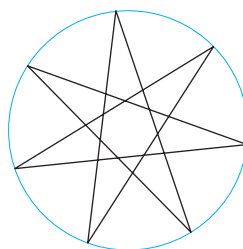
5 branches



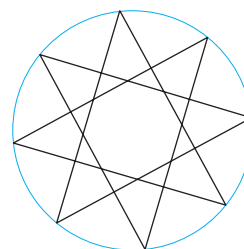
7 branches



7 branches



8 branches



ES45 Marche à suivre

$EFGH$ est un parallélogramme car les côtés EF et HG sont parallèles et isométriques (chacun de ces segments est parallèle au segment AC et en mesure la moitié, puisqu'ils sont des segments moyens dans les triangles ACB et ACD).

$\widehat{EFG} = 150^\circ$ car le parallélogramme $EFGH$ est partagé en quatre parallélogrammes isométriques.

