

QSJp185

1. a) le mm b) le cm² c) le km d) le km²

2. a) 520 dm b) 0,054 km c) impossible d) 590 m²

3. $A_{ABCD} = 15 \text{ cm}^2$

4. Côté du losange = 4,5 cm
 Périimètre de la figure = $3 \cdot 4,5 + 2 \cdot 3 + 2,5 = 22 \text{ cm}$

GM1 Carrés en damier

- a) $p = 80 \text{ cm}$ b) $A = 400 \text{ cm}^2$

GM2 Grandeurs égales

- a) 356 dm d) impossible
 b) 3560 dm² e) 0,0406 km²
 c) 0,025 km f) 0,093 a

GM3 QCM

- a) $80 \text{ m}^2 = 0,008 \text{ hm}^2$
 b) $340 \text{ m} = 0,34 \text{ km}$
 c) $\frac{1}{100} \text{ km}^2$
 d) 6 cm^2

GM4 Autour et dedans

- a) $p = 19,3 \text{ cm}$ $A = 12 \text{ cm}^2$
 b) $p = 18,9 \text{ cm}$ $A = 16,8 \text{ cm}^2$

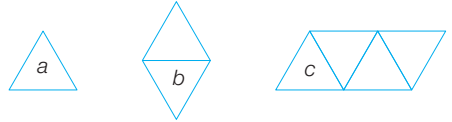
GM5 Quelle aire ?

L'aire dépend de l'unité choisie, par exemple:

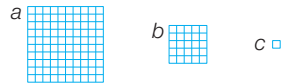
1. 32 triangles *a* ou 16 carrés *b* ou 16 triangles *c* ou 8 carrés *d* ;



2. 20 triangles *a* ou 10 losanges *b* ou 5 parallélogrammes *c* ;



3. 15 carrés *a* ou 60 carrés *b* ou 1500 carrés *c*.



GM6 Parcelles à bâtir

A l'échelle 1 : 1000, les hauteurs mesurent respectivement :

$h = 2,2 \text{ cm}$	Valeur = 105 600.–
$h = 3 \text{ cm}$	Valeur = 144 000.–
$h = 2,5 \text{ cm}$	Valeur = 120 000.–

GM7 Comparaison, ici, est raison

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot A_{ABDE}$$

$$A_{ABDE} = A_{ABFG}$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot A_{ABFG}$$

GM8 Et la hauteur ?

$$h = 4 \text{ cm}$$

GM9 On complète, svp !

	Triangle 1	Triangle 2	Triangle 3
BC (en cm)	4,8	6	20
AH (en cm)	3,5	7,5	4,2
Aire du triangle ABC (en cm ²)	8,4	22,5	42

GM10 Du périmètre à l'aire

$$\text{Aire du losange} = 14,7 \text{ cm}^2$$

GM11 En cherchant bien...

$\widehat{ABC} = 68^\circ$; $\widehat{ACB} = 180^\circ - 44^\circ - 68^\circ = 68^\circ$; Le triangle ABC est isocèle en A .

$$AC = AB = 5,4 \text{ cm}$$

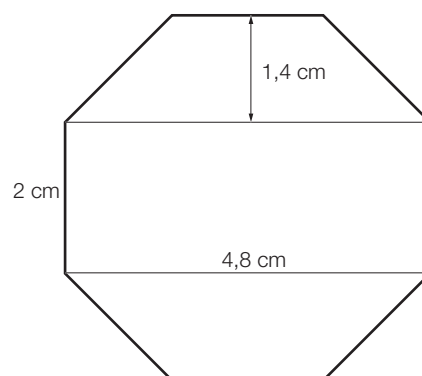
$$A_{ABC} = \frac{5,4 \cdot 3,7}{2} = 9,99 \text{ cm}^2$$

GM12 Polygone régulier

L'octogone peut être découpé, par exemple, comme ci-contre.

$$\text{Aire de l'octogone} = 19,12 \text{ cm}^2$$

$$\text{Périmètre de l'octogone} = 16 \text{ cm}$$



GM13 Quel rapport ?

Résultats en fonction des objets circulaires choisis. Les rapports $\frac{\text{périmètre}}{\text{diamètre}}$ donnent π .

GM14 Périmètres

a) $p \approx 62,8 \text{ cm}$

b) $p \approx 15,7 \text{ m}$

GM15 Encore un périmètre

Le diamètre mesure 8 cm.

$$p \approx 25,13 \text{ cm}$$

GM16 Découpage

a) Un parallélogramme (dont la base mesure un demi-périmètre et la hauteur le rayon)

b) $A \approx 201,1 \text{ cm}^2$

c) $A = \pi \cdot r \cdot r = \pi \cdot r^2$

GM17 Du polygone au disque

$$\text{Aire d'un polygone régulier} = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{(n \cdot \text{côté}) \cdot a}{2}$$

où n est le nombre de côtés du polygone.

Si n devient très grand, l'aire du polygone se rapproche de l'aire du disque, $(n \cdot \text{côté})$ se rapproche du périmètre du disque et a se rapproche du rayon.

$$\text{Donc : Aire d'un disque} = \frac{p_{\text{disque}} \cdot r}{2} = \frac{(2 \cdot \pi \cdot r) \cdot r}{2} = \pi \cdot r^2$$

GM18 PIC (Polygones Inscrits dans un Cercle)

Résultats dépendant des polygones et de la précision des mesures.

En principe la précision croît avec le nombre de sommets du polygone.

Le périmètre s'approche de 62,8 cm et l'aire de 314 cm².

GM19 Quart de disque

a) Aire du quart de disque $\cong 7820 \text{ mm}^2$

b) Aire du disque entier $\cong 31\,280 \text{ mm}^2$

c) $\frac{A_{\text{disque}}}{A_{\text{carré}}} \cong \frac{31\,280 \text{ mm}^2}{10\,000 \text{ mm}^2} \cong 3,13 \cong \pi$

GM20 Encore l'aire

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$A \cong 28,3 \text{ cm}^2$$

GM21 Aire d'un disque

a) $A \cong 201,1 \text{ m}^2$

b) $A \cong 7,1 \text{ cm}^2$

c) $A \cong 153,9 \text{ dm}^2$

GM22 Aire et périmètre

$$A_{\text{figure}} = A_{\text{rectangle}} + A_{\text{demi-disque}} \cong 7,57 \text{ cm}^2$$

$$p_{\text{figure}} \cong 11,14 \text{ cm}$$

GM23 Des pâtes, oui mais...

Nombre de personnes	1	2	3	4
Rayon en cm	1	1,4	1,7	1,9
Aire du disque en cm ²	3,14	6,2	9,1	11,3
Rapport	1	2	2,9	3,6

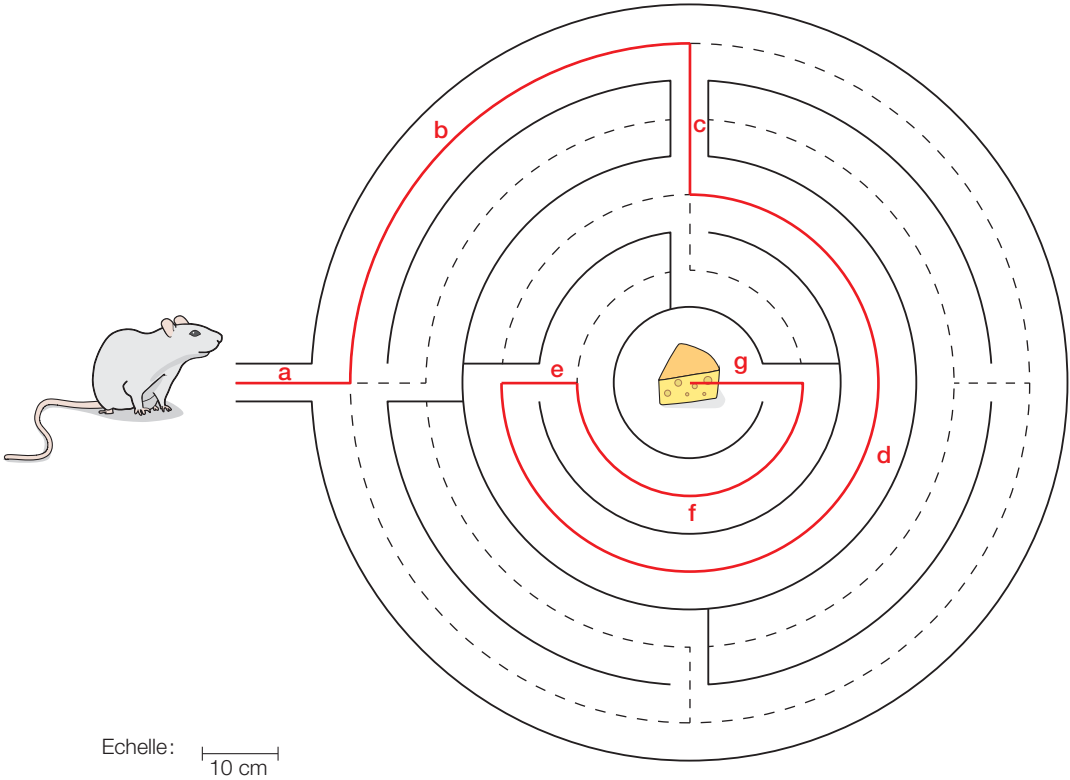
C'est assez bon pour 2 et 3 personnes, mais un peu trop petit pour 4 personnes (le diamètre devrait être de 4 cm).

GM24 Le logo

Le rayon des fractions de disque est de 4 cm.
Le bas du logo peut s'assembler en un carré de 4 cm de côté.
 $Aire = A_{\text{demi-disque}} + A_{\text{carré}} \approx 41,1 \text{ cm}^2$
 $Périmètre = 1 \text{ cercle} + 2 \cdot r \approx 33,1 \text{ cm}$

GM25 Rabylinthe

Longueur = 4 segments + 3 arcs $\approx 296 \text{ cm}$



GM26 Smile!

Diamètre du grand disque : 9 cm, des yeux : 2 cm, de la bouche : 4,5 cm

$$\text{Aire de la surface blanche} = A_{\text{grand disque}} - A_{\text{yeux}} - A_{\text{bouche}} \cong 49,4 \text{ cm}^2$$

GM27 Trois mêmes aires

$$\text{a) } A_{\text{blanche}} = A_{\text{bleue foncée}} = A_{\text{grand demi-disque}} - A_{\text{moyen demi-disque}} + A_{\text{petit demi-disque}} = 3\pi$$

$$A_{\text{bleue claire}} = 2 \cdot (A_{\text{moyen demi-disque}} - A_{\text{petit demi-disque}}) = 3\pi$$

Les trois aires sont bien égales.

$$\text{b) } A_{\text{blanche}} = 9\pi$$

$$A_{\text{bleue claire}} = 7\pi$$

$$A_{\text{bleue foncée}} = 9\pi$$

Les aires blanche et bleue foncée sont égales.

GM28 Figures composées

$$\text{a) } A \cong 2513 \text{ mm}^2 \quad p \cong 285,7 \text{ mm}$$

$$\text{b) } A \cong 1,72 \text{ cm}^2 \quad p \cong 8,8 \text{ cm}$$

$$\text{c) } A \cong 9181 \text{ mm}^2 \quad p \cong 391,4 \text{ mm}$$

$$\text{d) } A \cong 382 \quad p \cong 148,5$$

GM29 Place de jeux

a) Les côtés de l'hexagone régulier mesurent chacun 10 m.

Les rayons des demi-disques mesurent donc 5 m.

$$\text{Aire du gazon} \cong 235,6 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire de l'hexagone} = 261 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire du sable} = 174 \text{ m}^2$$

$$\text{Aire de la piscine} = 87 \text{ m}^2$$

b) Longueur de la clôture $\cong 94,2 \text{ m}$

FLPp193

1. Périmètre de la figure = $6 + 3 \cdot \pi \approx 15,42$ cm

2. a) $p = 2 \cdot \pi \cdot 1,8 \approx 11,31$ m
 b) $A = \frac{(6 + 3,6) \cdot 5,8}{2} = 27,84$ m²

3. Le diamètre du disque mesure 6 cm ; le côté de l'hexagone mesure donc 3 cm.
 L'hexagone peut être décomposé en six triangles équilatéraux de 3 cm de côté et de hauteur $h \approx 2,6$ cm. Cette hauteur peut être déterminée grâce au théorème de Pythagore.
 Aire cherchée = $A_{\text{disque}} - A_{\text{hexagone}} \approx \pi \cdot 3^2 - 6 \cdot \frac{3 \cdot 2,6}{2} \approx 4,87$ cm²

GM30 Classement d'arcs

- a) Les trois arcs de cercles interceptent le même angle au centre.
 La longueur des arcs est donc proportionnelle à leur rayon.
 Donc : $\widehat{HI} < \widehat{EF} < \widehat{BC}$

- b) Les trois arcs de cercles ont le même rayon.
 La longueur des arcs est donc proportionnelle à leur angle au centre.
 Donc : $\widehat{EF} < \widehat{BC} < \widehat{HI}$

- c) $\widehat{BC} = \frac{10}{3}\pi$
 $\widehat{EF} = \frac{10}{3}\pi$
 $\widehat{HI} = \frac{32}{9}\pi$
 Donc : $\widehat{EF} = \widehat{BC} < \widehat{HI}$

GM31 Calculs d'arcs

- a) Longueur $\approx 3,36$ cm

- b) Longueur $\approx 20,42$ m

GM32 Qui est le plus grand ?

- a) Les secteurs **A** et **B** ont le même rayon.
 Leur aire est donc proportionnelle à leur angle au centre.
 L'angle au centre de **B** mesure 230°.
 Donc : Aire **A** > Aire **B**

Les secteurs **A** et **C** ont le même angle au centre.
 Leur aire est donc proportionnelle à leur rayon.
 Donc : Aire **A** < Aire **C**

Au final, on a donc : Aire **B** < Aire **A** < Aire **C**

- b) Aire **A** \cong 3,62 dm²
 Aire **B** \cong 3,68 dm²
 Aire **C** \cong 3,64 dm²
 Donc : Aire **A** < Aire **C** < Aire **B**

GM33 Calculs de secteurs

- a) $A \cong 5,88 \text{ cm}^2$
 b) $A \cong 45,95 \text{ m}^2$

GM34 Arc et secteur

- a) Longueur $\cong 69,38 \text{ cm}$
 b) $A \cong 520,33 \text{ cm}^2$
 c) Périmètre du secteur $\cong 99,38 \text{ cm}$

GM35 Estimation d'arcs et de secteurs

Rayon du disque	Angle au centre	Longueur de l'arc	Aire du secteur
2 mm	180°	$\pi \cdot 4 : 2 \cong 6 \text{ mm}$	$\pi \cdot 2^2 : 2 \cong 6 \text{ mm}^2$
6 cm	60°	$\pi \cdot 12 : 6 \cong 6 \text{ cm}$	$\pi \cdot 6^2 : 6 \cong 18 \text{ cm}^2$
12 m	90°	$\pi \cdot 24 : 4 \cong 18 \text{ m}$	$\pi \cdot 12^2 : 4 \cong 108 \text{ m}^2$
$\sqrt{48 : 3} = 4 \text{ dm}$	360°	$\pi \cdot 8 \cong 24 \text{ dm}$	48 dm ²
4 cm	$6 \cdot 360 : (\pi \cdot 8) \cong 90^\circ$	6 cm	$\pi \cdot 4^2 : 4 \cong 12 \text{ cm}^2$

GM36 Périmètre d'un secteur

Le rayon mesure 5,5 cm et l'angle au centre 155°.

$$p \approx 25,88 \text{ cm}$$

GM37 Un p'tit bout!

L'angle au centre de \widehat{AC} mesure 150°.

$$A \approx 16,04$$

$$\text{Longueur} \approx 9,16$$

GM38 Secteurs et arcs

a) $p \approx 15,71 \text{ cm}$

$$A \approx 5,37 \text{ cm}^2$$

b) $p \approx 21,42 \text{ cm}$

$$A \approx 14,14 \text{ cm}^2$$

c) $p \approx 12,57 \text{ cm}$

$$A = 8 \text{ cm}^2$$

d) $p \approx 43,98 \text{ cm}$

$$A \approx 38,48 \text{ cm}^2$$

e) $p \approx 37,7 \text{ cm}$

$$A = 64 \text{ cm}^2$$

f) $p \approx 131,95 \text{ cm}$

$$A \approx 197,92 \text{ cm}^2$$

GM39 En spirale

- a) La spirale AB est constituée de quatre arcs de cercle, chacun interceptant un angle au centre de 120°, et de rayons respectifs de 2,4 cm, 4,8 cm, 7,2 cm et 9,6 cm.

$$\text{Longueur} \approx 50,27 \text{ cm}$$

- b) La surface colorée en bleu est constituée de trois secteurs de disque, chacun interceptant un angle au centre de 120°, et de rayons respectifs de 4,8 cm, 7,2 cm et 9,6 cm, plus le petit triangle équilatéral au centre.

$$A \approx 177,42 \text{ cm}^2$$

GM40 Mesures manquantes

	Rayon	Diamètre	Périmètre	Aire
a)	4 cm	8 cm	24 cm	48 cm ²
b)	3 cm	6 cm	18 cm	27 cm ²
c)	8 cm	16 cm	48 cm	192 cm ²
d)	5 cm	10 cm	30 cm	75 cm ²

GM41 En vol

Rayon de la Terre à l'équateur $\cong 6400$ km
 Tour du monde de Mike Horn $\cong 40212$ km
 Tour du monde de Breitling Orbiter III $\cong 40250$ km
 Différence $\cong 38$ km (soit $2 \cdot \pi \cdot 6$)

GM42 Miam-miam

La surface herbeuse à disposition de Marguerite est constituée de trois quarts de disque de 8 m de rayon et de deux quarts de disque de 4 m de rayon.

Aire $\cong 175,9$ m²

GM43 La cible

$$\text{Fraction jaune} = \frac{100\pi}{1600\pi} = \frac{1}{16}$$

$$\text{Fraction rouge} = \frac{400\pi - 100\pi}{1600\pi} = \frac{3}{16}$$

$$\text{Fraction bleu} = \frac{900\pi - 400\pi}{1600\pi} = \frac{5}{16}$$

$$\text{Fraction noir} = \frac{1600\pi - 900\pi}{1600\pi} = \frac{7}{16}$$

GM44 Tous les chemins mènent à B

Chemin 1: $\frac{AB}{2} \cdot \pi$

Chemin 2: $2 \cdot \frac{AB}{4} \cdot \pi = \frac{AB}{2} \cdot \pi$

Chemin 3: $4 \cdot \frac{AB}{8} \cdot \pi = \frac{AB}{2} \cdot \pi$

Chemin 4: $8 \cdot \frac{AB}{16} \cdot \pi = \frac{AB}{2} \cdot \pi$

Les quatre chemins ont la même longueur.

GM45 Chute!

Pourcentage de chute: $\frac{A_{chute}}{A_{triangle}} \approx 21,5 \%$

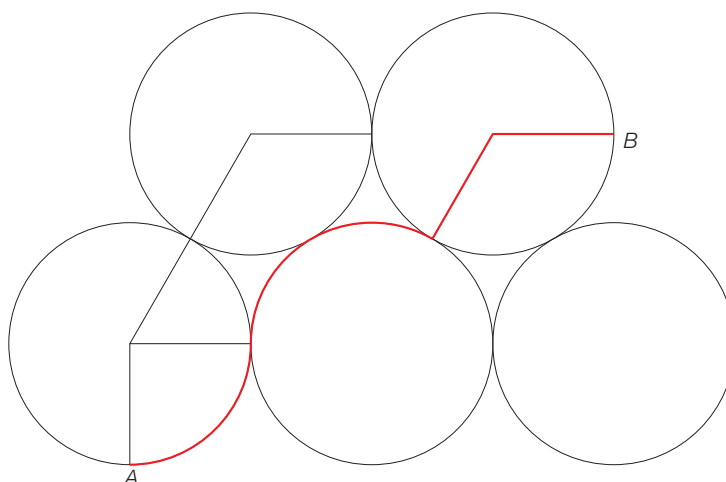
GM46 En formes

$p = AB + \widehat{BH} + HC + CD + \widehat{DG} + GF + \widehat{FA} \approx 304,06 \text{ m}$

$A = \frac{1}{3} \text{ de couronne} + \text{un trapèze rectangle} + \frac{3}{4} \text{ de disque} \approx 2141,97 \text{ m}^2$

GM47 Au plus court

$AB \approx 11,33 \text{ cm}$



GM48 La chèvre de madame Seguin

$$A = A_{\text{parcelle}} - A_{\text{mare}} \cong 60,86 \text{ m}^2$$

$$\text{Longueur de clôture} = p_{\text{parcelle}} + p_{\text{mare}} \cong 38,28 \text{ m}$$

FLPp199

1. Il s'agit d'abord de trouver l'aire de la piste, puis de multiplier cette aire, exprimée en m², par le prix du m² de revêtement.

$$\text{Aire de la piste} = A_{\text{figure entière}} - A_{\text{partie blanche}} \cong 4213,27 \text{ m}^2$$

Prix du revêtement : Fr. 421 327.–

2. L'angle intérieur mesure 134°.

$$\text{Longueur du muret} \cong 13,02 \text{ hm}$$

3. En reliant les deux sommets du pentagone se trouvant sur le cercle, on peut décomposer cette figure en un secteur de disque de 2 cm de rayon et de 252° d'angle au centre, un triangle isocèle de 3,2 cm de base et de 1,2 cm de hauteur et d'un trapèze de 3,2 cm de grande base, de 2 cm de petite base et de 1,9 cm de hauteur.

$$\text{Aire de la figure} \cong 15,66 \text{ cm}^2$$

4. Périmètre d'un disque = $2 \cdot \pi \cdot r$

$$\text{Donc : } r = \frac{p}{2 \cdot \pi} \cong 4 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du disque} = \pi \cdot r^2 \cong 50,27 \text{ cm}^2$$

QSJp201

1. EBC (rectangle en B) ; BED (rectangle en E) ; CDA (rectangle en A)

2. BAG (rectangle en A , angle du rectangle $AFDC$; l'hypoténuse est le côté GB).
 Si F , H et B sont alignés, alors BAF (rectangle en A , angle du rectangle $AFDC$; l'hypoténuse est le côté BF)
 EDC (rectangle en D , angle du rectangle $AFDC$; l'hypoténuse est le côté EC)

3. a) $\alpha = 101^\circ$
 b) $\beta = 20^\circ$
 c) $\delta = 65^\circ$; $\gamma = 50^\circ$

GM49 Au pif!

ABC (rectangle en B ; l'hypoténuse est le côté AC)
 EAC (rectangle en A ; l'hypoténuse est le côté EC)
 ACD (rectangle en C ; l'hypoténuse est le côté AD)

GM50 Vraiment rectangle?

DAB (rectangle en A) car le quadrilatère $ABCD$ a quatre angles isométriques, donc quatre angles droits.
 DCB (rectangle en C) ; voir ci-dessus.
 EFB (rectangle en F) car $\widehat{EFB} = 180^\circ - 53^\circ - 37^\circ = 90^\circ$.
 Remarque : On ne peut rien affirmer d'autre, car il n'y a pas certitude sur l'alignement de certains points.

GM51 Rectangle?

Oui, par exemple :

$\widehat{EAD} = 40^\circ$, car le triangle ABD est isocèle en D .

$\widehat{ADB} = 180^\circ - 2 \cdot 40^\circ = 100^\circ$

$\widehat{ADC} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$, car il est supplémentaire à l'angle \widehat{ADB}

$\widehat{ACD} = 180^\circ - 10^\circ - 80^\circ = 90^\circ$, donc le triangle ACD est rectangle en C .

GM52 Voyez!

- La figure 1 est constituée d'un triangle rectangle et des trois carrés construits sur chacun de ses côtés.
- Comparaison de 1 et 2: Le carré construit sur l'hypoténuse a la même aire qu'un carré constitué de quatre fois le triangle rectangle de la figure 1 et d'un «petit carré».
- Comparaison de 2 et 3: Les deux figures sont constituées des cinq mêmes «parties», donc elles ont la même aire.
- Comparaison de 3 et 4: L'aire de la figure 3 égale à la somme des carrés construits sur les deux cathètes du triangle rectangle de la figure 1.
- Par transitivité de l'égalité: Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.

D'où le théorème de Pythagore:

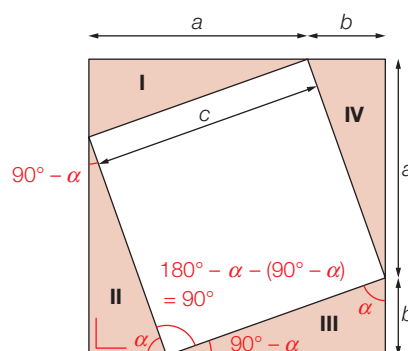
«Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des deux autres côtés.»

GM53 Etre ou ne pas être rectangle

- Les trois côtés sont égaux, le triangle est équilatéral, les trois angles sont égaux et mesurent chacun 60° : le triangle EDF n'est pas rectangle, car il n'a pas d'angle droit.
- Le triangle est isocèle en U , les angles en S et en T sont égaux et mesurent chacun 45° , l'angle au sommet U mesure $180^\circ - 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$: le triangle STU est rectangle en U .
- $9,5^2 = 90,25$
 $5^2 + 8^2 = 89 \neq 90,25$
 Le triangle ABC n'est pas rectangle, car le théorème de Pythagore n'est pas vérifié.

GM54 Deux pour un !

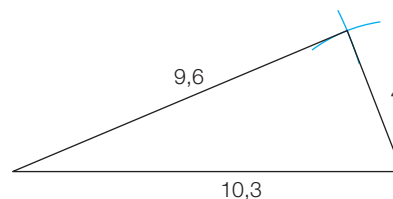
- Les deux tapis ont la même aire: $(a + b)^2$
 Les deux parties blanches ont donc aussi la même aire puisqu'elles correspondent au grand carré moins quatre fois le même triangle. De plus, ces parties blanches sont des carrés.



- $c^2 = a^2 + b^2$
 C'est-à-dire: dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.
 D'où le théorème de Pythagore:
 «Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des deux autres côtés.»

GM55 Prouvons!

- a) La construction fait penser à un triangle rectangle.



b) $10,3^2 = 106,09$

$$4^2 + 9,6^2 = 108,16 \neq 106,9$$

Le théorème de Pythagore n'est pas vérifié, donc le triangle MNP n'est pas rectangle.

GM56 Triangles rectangles ?

a) $6,5^2 = 42,25$

$$3,9^2 + 5,2^2 = 42,25$$

Le théorème de Pythagore est vérifié, donc le triangle DEF est rectangle en E .

b) $10^2 = 100$

$$7^2 + 7^2 = 98 \neq 100$$

Le théorème de Pythagore n'est pas vérifié, donc le triangle GHI n'est pas rectangle.

c) $11^2 = 121$

$$5^2 + 10^2 = 125 \neq 121$$

Le théorème de Pythagore n'est pas vérifié, donc le triangle MNO n'est pas rectangle.

d) $(\sqrt{8})^2 = 8$

$$2^2 + 2^2 = 8$$

Le théorème de Pythagore est vérifié, donc le triangle PQR est rectangle en P .

e) $260^2 = 67\,600$

$$100^2 + 240^2 = 67\,600$$

Le théorème de Pythagore est vérifié, donc le triangle JKL est rectangle en J .

- f) L'angle au sommet X mesure 45° , car il se trouve dans un triangle rectangle isocèle.

L'angle au sommet W mesure aussi 45° , car le triangle WVX est isocèle en V .

\widehat{WX} vaut $180^\circ - 2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$. Le triangle WVX est rectangle en V .

GM57 Troisième côté

Triangle	AB	AC	BC
1	$\sqrt{12^2 + 5^2} = 13$	12	5
2	53	$\sqrt{53^2 - 28^2} = 45$	28
3	12,5	9,5	$\sqrt{12,5^2 - 9,5^2} = \sqrt{66}$

GM58 Aussi rectangle ?

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 4,2^2 + 2,4^2 = 23,4$$

$$BC^2 + CD^2 = 23,4 + 1,4^2 = 25,36$$

$$BD^2 = 5^2 = 25 \neq 25,36$$

Le théorème de Pythagore n'est pas vérifié, donc le triangle CDB n'est pas rectangle.

GM59 Possible ou non ?

- a) Côté «manquant» = $\sqrt{8^2 + 6^2} = 10$
- b) Impossible, car on connaît la mesure d'un seul côté et ne dispose d'aucune information sur les angles.
- c) Impossible, le théorème de Pythagore n'est pas applicable, car on ne sait pas que le triangle est rectangle.

GM60 Rectangles ou pas ?

- a) $5^2 = 25$
 $3^2 + 4^2 = 25$
 Le théorème de Pythagore est vérifié, donc le triangle est rectangle.
- b) Impossible à dire, car on ne connaît que deux côtés et aucun angle.
- c) Si le triangle était rectangle, il serait isocèle. Or, des côtés de 8 cm, 8 cm et 10 cm ne satisfont pas le théorème de Pythagore. Le triangle n'est pas rectangle.

GM61 Où est l'hypoténuse ?

- a) $BC^2 = 17^2 = 289 \text{ cm}^2$
 $AB^2 + AC^2 = 15^2 + 8^2 = 289 \text{ cm}^2$
 Le théorème de Pythagore est vérifié, donc le triangle ABC est rectangle en A . BC est l'hypoténuse.
- b) $EG^2 = 9,2^2 = 84,64 \text{ m}^2$
 $EF^2 + FG^2 = 8^2 + 5,5^2 = 94,25 \neq 84,64 \text{ m}^2$
 Le théorème de Pythagore n'est pas vérifié, donc le triangle EFG n'est pas rectangle.
- c) $XY^2 = 19,2^2 = 368,64 \text{ mm}^2$
 $YZ^2 + XZ^2 = 9,2^2 + 284 = 368,64 \text{ mm}^2$
 Le théorème de Pythagore est vérifié, donc le triangle XYZ est rectangle en Z . XY est l'hypoténuse.

GM62 Rendez-vous galant

$$\text{Longueur de l'échelle} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} \approx 6,32 \text{ m}$$

L'échelle doit avoir une longueur de 6,32 m.

GM63 Montage et démontage

Diagonale de la face latérale = $\sqrt{236^2 + 60^2} = \sqrt{59\,296} \approx 243,5 < 250$

Oui, il sera possible de redresser cette armoire une fois construite.

GM64 Consigne

Diagonale du casier = $\sqrt{80^2 + 150^2 + 60^2} = \sqrt{32\,500} \approx 180,3 > 170$

Oui, Nathanaël peut ranger ses skis dans ce casier.

GM65 Jogging

La diagonale mesure $\sqrt{200^2 + 150^2} = 250$ m

Longueur d'un tour de piste pour Bill = 700 m

Distance parcourue par Bill = 8400 m

Longueur d'un tour de piste pour John = 600 m

Nombre de tours de John = 14

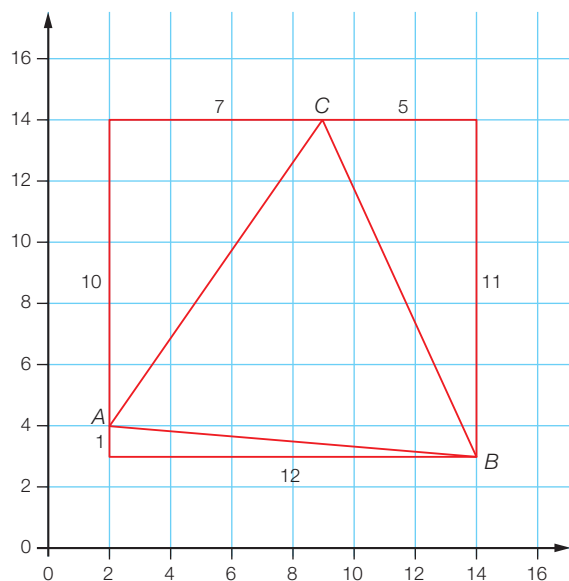
John effectue 14 tours de piste.

GM66 L'escargot

- $h_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 $h_2 = \sqrt{h_1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$
 $h_3 = \sqrt{h_2^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$
 etc.
 $h_n = \sqrt{n + 1}$
 Donc: $h_{15} = \sqrt{15 + 1} = \sqrt{16} = 4$

- Par exemple
 $h_{999\,999} = \sqrt{1\,000\,000} = 1000$
 $h_{1\,000\,000} = \sqrt{1\,000\,001} \approx 1000,0005...$
 Donc: $h_{1\,000\,000} - h_{999\,999} \approx 0,0005... < 0,001$
 A partir de $h_{250\,000}$, la différence des mesures entre deux hypothénuses successives est inférieure à un millième.

GM67 En es-tu certain ?

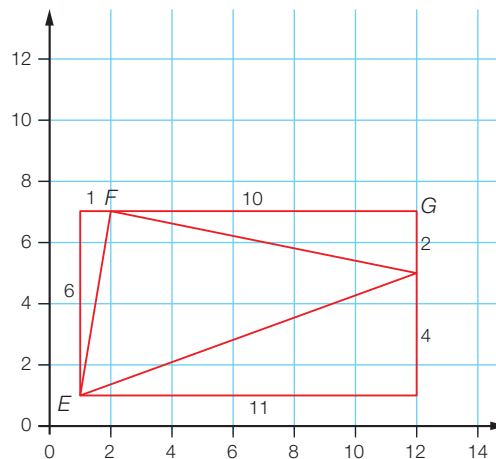


Il a l'air équilatéral. Une vérification par Pythagore prouve qu'il ne l'est pas.

$$AB = \sqrt{12^2 + 1^2} = \sqrt{145}$$

$$BC = \sqrt{11^2 + 5^2} = \sqrt{146}$$

$$CA = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149}$$



Il a l'air rectangle en F. Une vérification par Pythagore prouve qu'il ne l'est pas.

$$EF = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}$$

$$FG = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{104}$$

$$GE = \sqrt{4^2 + 11^2} = \sqrt{137}$$

$$37 + 104 \neq 137$$

GM68 Angles droits et polygones

- Trapèze rectangle
 $h = \sqrt{5^2 - (7 - 3)^2} = 3 \text{ mm}$
 $A = 15 \text{ mm}^2$
- Triangle rectangle
 Deuxième cathète = $\sqrt{8^2 - 4^2} \approx 6,9 \text{ mm}$
 $A \approx 13,9 \text{ mm}^2$
- Parallélogramme
 $h = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ mm}$
 $A = 120 \text{ mm}^2$
- Losange
 Deuxième diagonale = $2 \cdot \sqrt{13^2 - \left(\frac{24}{2}\right)^2} = 10 \text{ mm}$
 $A = 120 \text{ mm}^2$

GM69 En diagonale

a) Côté du losange = $\sqrt{\left(\frac{20}{2}\right)^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2} = 12,5 \text{ cm}$

$$p = 50 \text{ cm}$$

$$A = 150 \text{ cm}^2$$

b) Côté du carré = $\sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 + \left(\frac{12}{2}\right)^2} = \sqrt{72} \approx 8,5 \text{ cm}$

$$p \approx 33,9 \text{ cm}$$

$$A = \frac{12 \cdot 12}{2} = 72 \text{ cm}^2$$

GM70 D'un triangle à un rectangle

a) On appelle h la hauteur issue de C .

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Aire} = \frac{AC \cdot BC}{2} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Mais on a aussi: Aire} = \frac{AB \cdot h}{2} \text{ donc: hauteur} = \frac{2 \cdot A_{ABC}}{AB} = \frac{2 \cdot 24}{10} = 4,8 \text{ cm}$$

La hauteur issue du sommet C mesure 4,8 cm.

b) On appelle x la distance cherchée.

Le problème est le même que la question **a)** dans la moitié du rectangle, qui est un triangle rectangle.

$$\text{Diagonale} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du triangle} = \frac{8 \cdot 15}{2} = 60 = \frac{17 \cdot x}{2}$$

$$\text{Donc: } x = \frac{2 \cdot 60}{17} \approx 7,06 \text{ cm}$$

La distance cherchée mesure environ 7,06 cm.

FLPp204

1. a) Il s'agit d'un triangle rectangle ; le théorème de Pythagore est donc applicable.

$$\text{Mesure du troisième côté} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} \approx 4,5 \text{ cm}$$

- b) On ne sait pas s'il s'agit d'un triangle rectangle, le théorème de Pythagore n'est donc pas applicable. La mesure de deux côtés sur trois, sans indication concernant les angles, ne permet pas de trouver la troisième dimension.

2. • Si EFG était un triangle rectangle, alors FG en serait l'hypoténuse et le théorème de Pythagore s'écrirait : $FG^2 = EF^2 + EG^2$

$$\text{Or : } FG^2 = 2 \text{ et } EF^2 + EG^2 = 1 + 1,44 = 2,44 \neq 2$$

Le triangle EFG n'est donc pas rectangle.

- Si HJ était un triangle rectangle, alors IJ en serait l'hypoténuse et le théorème de Pythagore s'écrirait : $IJ^2 = HI^2 + HJ^2$

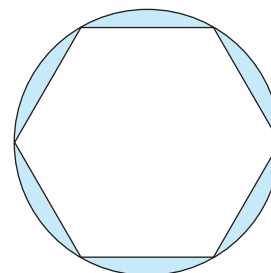
$$\text{Or : } IJ^2 = 14,5^2 = 210,25 \text{ et } HI^2 + HJ^2 = 14,4^2 + 1,7^2 = 210,25$$

Le triangle HJ est donc rectangle (en H).

3. Le diamètre du disque mesure 24 m ; le côté de l'hexagone mesure donc 12 m.

L'hexagone peut être décomposé en deux trapèzes isocèles ou en six triangles équilatéraux de 12 m de côté et de hauteur $h \approx 10,4$ m. Cette hauteur peut être déterminée grâce au théorème de Pythagore.

$$\begin{aligned} \text{Aire cherchée} &= A_{\text{disque}} - A_{\text{hexagone}} \\ &\approx \pi \cdot 12^2 - 2 \cdot \frac{(24 + 12) \cdot 10,4}{2} \\ &\approx 78 \text{ m}^2 \end{aligned}$$



GM71 Plan du fanion

$$\text{Aire du fanion} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ dm}^2$$

$$\text{Côté du fanion } c = \sqrt{64} = 8 \text{ dm}$$

$$A_{\text{cerf-volant}} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$8 = \frac{4 \cdot b}{2}$$

$$16 = 4 \cdot b$$

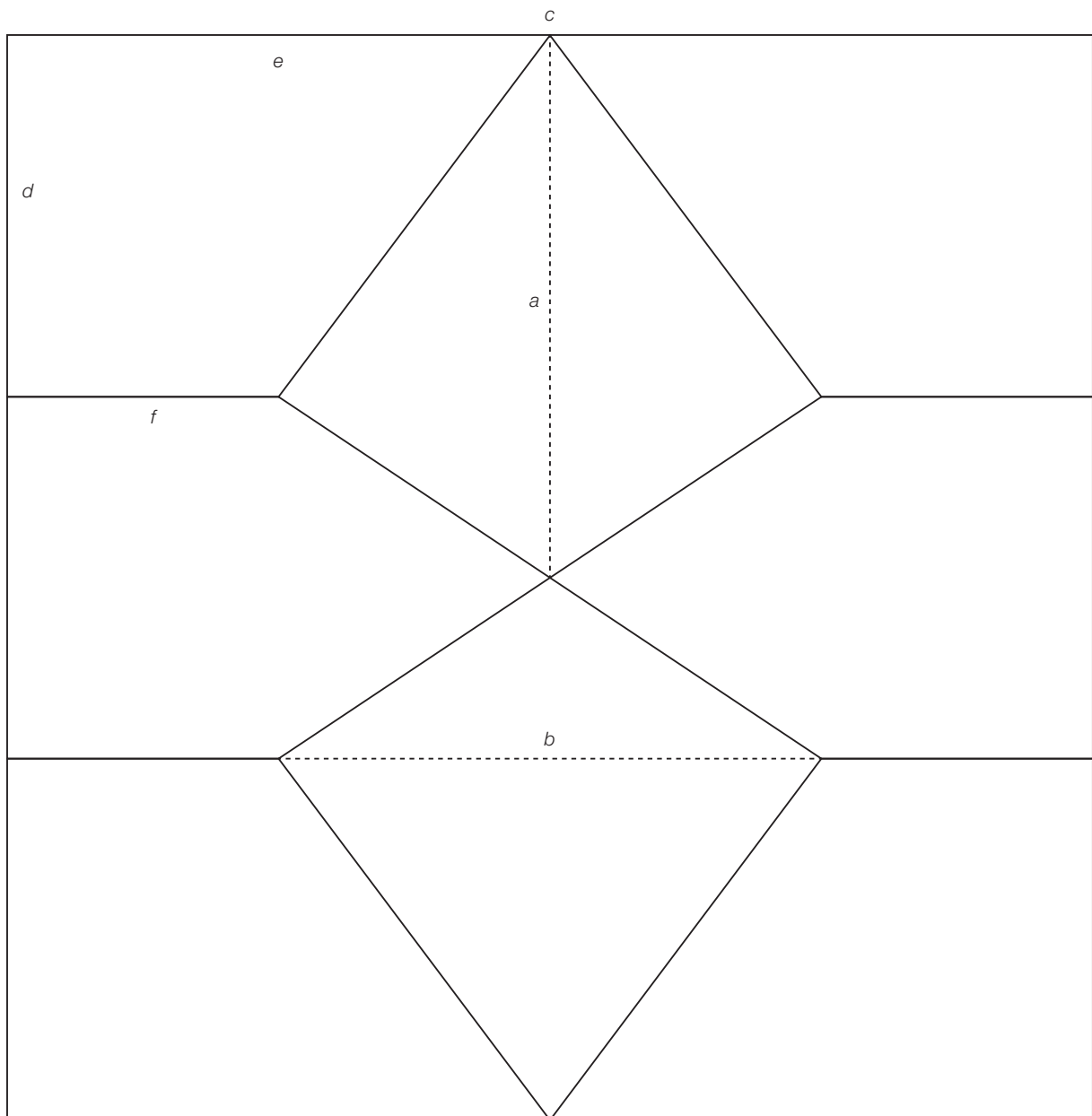
$$b = 4 \text{ dm}$$

$$A_{\text{trapèze}} = \frac{(e + f) \cdot d}{2}$$

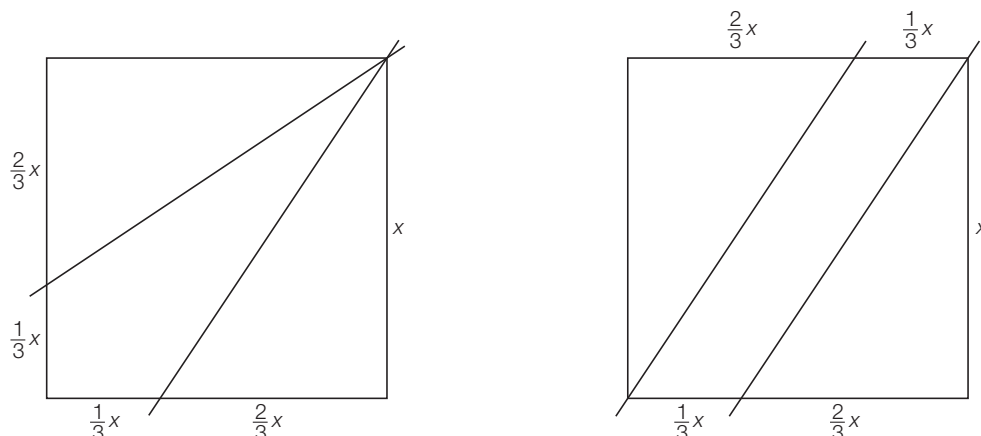
$$8 = \frac{(4 + 2) \cdot d}{2}$$

$$16 = 6 \cdot d$$

$$d \cong 2,67 \text{ dm}$$



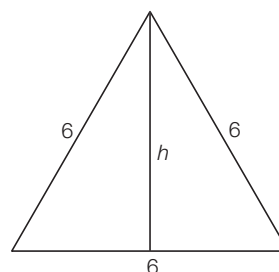
GM72 En trois parties



GM73 Aire maximale

L'aire maximale est réalisée par le triangle équilatéral

$$\text{Aire du triangle} = \frac{6 \cdot \sqrt{27}}{2} \approx 15,59 \text{ cm}^2$$



GM74 Aires identiques?

a) Soit r le rayon du cercle.

$$A_b = A_c = \frac{2r \cdot 2r}{4} = \frac{4r^2}{4} = r^2$$

$$A_a = \pi \cdot r^2 - 2r^2 = r^2(\pi - 2) \approx 1,14 r^2$$

Donc $A_a \neq A_b = A_c$

$$\text{b) } A_b = \frac{\pi \cdot r^2}{3} \approx 1,05 r^2$$

$$A_c = \frac{\sqrt{3}}{2} r^2 \approx 0,87 r^2$$

$$\begin{aligned} A_a &= \pi \cdot r^2 - \frac{\pi \cdot r^2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} r^2 \\ &= r^2 \left(\pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = r^2 \left(\frac{2}{3} \pi - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \approx 1,23 r^2 \end{aligned}$$

Donc les trois aires sont différentes.

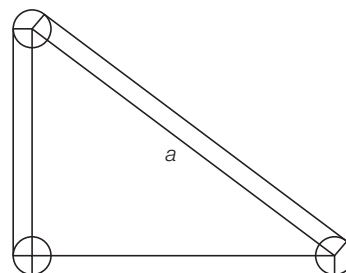
GM75 La valse des confettis

Julien a tort, car les pertes ne dépendent pas de la taille des confettis, elles sont toujours égales à

$$c^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right).$$

GM76 La girafe

$$A_{\text{herbe}} = \frac{16 \cdot 12}{2} + 2(20 + 16 + 12) + \pi \cdot 2^2 \approx 204,57 \text{ m}^2$$



GM77 Mathlétisme

Si Yves court au milieu du couloir extérieur :

- a) Distance = $\pi \cdot 2(46,26 - 0,61) + 2 \cdot 84,4 \approx 455,63 \text{ m}$
- b) Aire de la piste = $\pi \cdot 46,26^2 - \pi \cdot 36,5^2 + 2 \cdot 84,4 \cdot 9,76 \approx 4185,07 \text{ m}^2$
- c) Il faudra placer la ligne de départ 55,63 m après la ligne d'arrivée.

GM78 La tour de l'Horloge

Le chemin parcouru par l'aiguille en 500 ans est d'environ 44 000 km.

Le chemin parcouru par Piccard et Jones est d'environ 42 810 km.

GM79 Surfaces équivalentes ?

- a) Oui
- b) Oui
- c) Oui

GM80 Questions en tous genres

- a) Le triangle BCD est rectangle en D ($BC = 3 \text{ cm}$).
- b) Non, le côté MC mesure 20,5 cm ($12^2 + 16^2 \neq 20,5^2$).
- c) $A_{AEBCD} = 360 \text{ cm}^2$

GM81 Encore des questions en tous genres

- a) $p \approx 9,42 \text{ cm}$ $A \approx 1,45 \text{ cm}^2$
- b) $p \approx 31,42 \text{ cm}$ $A \approx 13,59 \text{ cm}^2$