

NO150 Ben, mon lapin !

Intentions

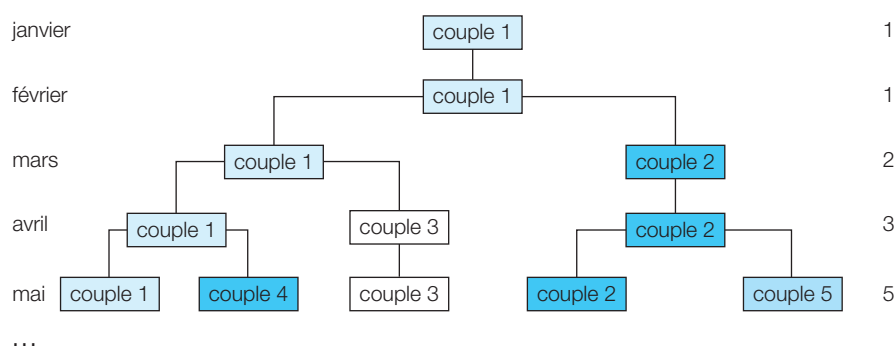
- Résoudre un problème en mobilisant la stratégie de la démarche scientifique.

Éléments d'analyse a priori

Le problème, tel qu'il est formulé, n'est pas simple à comprendre pour les élèves et la lecture de son énoncé conduira, probablement, à une discussion générale au sein de la classe, afin de confronter les interprétations possibles du processus de reproduction. Cet échange permet de clarifier la situation :

- un couple devient adulte, et donc productif, un mois après sa naissance ;
- une fois qu'il est devenu productif, un couple continue, comme les autres couples, d'engendrer chaque mois un nouveau couple de lapins.

La situation peut être explicitée sous la forme d'un schéma :



ou d'un calendrier, dans lequel N désigne un nouveau couple non encore productif et P un couple productif :

janvier	N																	1
février	P																	1
mars	P	N																2
avril	P	P	N															3
mai	P	P	P	N	N													5
juin	P	P	P	P	P	N	N	N										8
juillet	P	P	P	P	P	P	P	P	N	N	N	N	N	N				13

L'observation de ces deux représentations fait apparaître la « suite de Fibonacci », – Dans le tableau, il existe même une deuxième suite décalée d'un mois, si l'on ne considère que les couples productifs (P) – dont l'interprétation permet de trouver que, au premier janvier de la deuxième année, on disposera de 144 couples productifs et de 89 non productifs.

SUITE →

Prolongement

Dans cette activité, comme dans toutes celles qui font apparaître la « suite de Fibonacci », le maître pourra proposer aux élèves de calculer les quotients successifs d'un terme au précédent :

$$\begin{aligned}q_1 &= \frac{1}{1} = 1 ; q_2 = \frac{2}{1} = 2 ; q_3 = \frac{3}{2} = 1,5 ; \\q_4 &= \frac{5}{3} = 1,6 ; q_5 = \frac{8}{5} = 1,6 ; q_6 = \frac{13}{8} = 1,625 ; \\q_7 &= \frac{21}{13} = 1,61538... ; q_8 = \frac{34}{21} = 1,6190... ; \\q_9 &= \frac{55}{34} = 1,617647... ; \dots\end{aligned}$$

Si l'on continuait ainsi, on se rendrait compte qu'à partir du quotient du 25^e terme par le 24^e, c'est-à-dire $\frac{75025}{46368}$, tous les autres rapports sont égaux entre eux à la précision de la calculatrice près. Avec un affichage de dix chiffres, le nombre obtenu est alors 1,618033989... qui n'est rien d'autre qu'une bonne approximation du « Nombre d'or » noté ϕ .

Il faut, bien entendu, se souvenir que celui-ci est irrationnel et qu'il vaut $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Liens

SITES INTERNET

→ Nombre d'or → <http://goo.gl/QsWZV>

→ Suite de Fibonacci → <http://goo.gl/ISwxT>