

## Situations aléatoires

On aborde ici les probabilités. Dans le PER, à partir de la 10<sup>e</sup>, il est précisé : « *Exploration de situations aléatoires* » et pour la 11<sup>e</sup> : « *Traitement de situations aléatoires à l'aide de notions de probabilités* » pour les Niveaux 2 et 3.

Dans les indications pédagogiques, on peut lire : « *L'approche des probabilités doit se faire à partir d'expérimentations. La confrontation entre le résultat d'une expérimentation et celui issu d'un calcul de probabilité peut poser problème aux élèves (la probabilité de 1/6 d'obtenir 6 dans un lancer de dés est rarement exactement confirmée par une série de lancers).* »

### Compléments mathématiques et historiques<sup>1</sup>

Les probabilités étudient ce qu'on appelle des situations (ou expériences) aléatoires. Ces situations vérifient deux conditions<sup>2</sup> :

- elles conduisent à des résultats possibles qu'on est parfaitement capable de nommer ;
- on ne sait pas lequel de ces résultats va se produire quand on mène l'expérience.

Ainsi, « lancer un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et regarder le numéro obtenu » est une situation aléatoire. « Tirer une boule d'un sac dont on sait qu'il ne contient que des boules rouges et vertes et regarder la couleur de la boule » est aussi une expérience aléatoire, même si on ne connaît pas la composition du sac. Par contre, tirer une boule d'un sac dont on ne sait rien sur la composition des boules n'est pas une situation aléatoire, puisqu'on ne connaît pas l'ensemble des résultats possibles.

Un événement en probabilité est un ensemble de résultats ou un résultat lui-même. Par exemple, pour l'expérience « lancer un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et regarder le numéro obtenu », « obtenir un nombre pair », « obtenir le 6 » sont des événements.

Lors de l'enseignement des probabilités, on se heurte à quelques erreurs caractéristiques :

- pour certains élèves, à partir du moment où un événement est aléatoire, il n'est pas possible de déterminer sa probabilité ;
- les élèves confondent le nombre d'issues possibles et le nombre de cas possibles. Par exemple, si on lance deux pièces, beaucoup d'élèves pensent que la probabilité d'obtenir « pile/pile » ou « face/face » ou « pile/face » est la même car il y a trois cas possibles ; en réalité, il y en a quatre (pp, ff, pf et fp) et seulement trois issues (avec deux « pile », deux « face » ou une « pile » et une « face ») ;
- si on lance dix fois une pièce non truquée et si elle tombe dix fois sur pile, beaucoup d'élèves (et d'adultes) pensent que la onzième fois, elle aura plus de chance de tomber sur face.

On considère que le calcul des probabilités est né l'été 1654 à l'occasion d'un échange de correspondance entre Fermat et Pascal à propos d'un problème posé par le chevalier de Méré. Ce problème, appelé « problème des partis » est le suivant : « *Deux joueurs jouent un jeu de hasard en plusieurs*

**SUITE →**

<sup>1</sup> Ce texte est extrait du livre du professeur de *Triangle 3<sup>e</sup>*, Ed. Hatier.

<sup>2</sup> Il y a une troisième condition : « L'expérience doit être reproductible dans les mêmes conditions », condition qu'il ne nous semble pas essentiel pour l'enseignement en 10<sup>e</sup> et 11<sup>e</sup> année.

*manches. Ils misent chacun 32 pistoles. Le premier joueur qui remporte trois manches gagne la mise. Mais alors que l'un d'entre eux a gagné deux manches et l'autre une manche, ils décident d'arrêter. Comment doivent-ils se répartir la mise ? ».*

L'approche historique des probabilités permet de mettre en évidence deux conceptions.

- Une conception dite a priori (ou encore « laplacienne »). Dans cette conception, la probabilité d'un événement est le rapport du nombre de cas favorables à cet événement à celui du nombre de cas possibles. On se place bien sûr dans le cas où il y a équiprobabilité des résultats possibles (c'est-à-dire lorsque chaque résultat a la même probabilité d'apparaître). Cette conception est en lien direct avec l'expression du type : « On a 3 chances sur 5 d'obtenir... ». C'est donc une conception très naturelle, mais qui a l'inconvénient de n'être utile que dans le cas de situations d'équiprobabilités. Ces situations, parfaitement adaptées au jeu, ne le sont pas pour la plupart des situations aléatoires. Par exemple, si on considère l'expérience « lancer une punaise et regarder si elle retombe sur la tête ou non », la probabilité de l'événement « la punaise tombe sur la tête » ne peut être calculée avec cette conception. Il en est de même du calcul de la probabilité du tirage d'un cœur dans un paquet de cartes ne contenant que des cœurs et des piques, si on ne connaît pas la composition exacte de ce paquet.
- Une conception dite « fréquentiste » (ou a posteriori). Cette conception s'appuie sur le fait que la fréquence d'un événement d'une expérience aléatoire tend à se stabiliser autour d'un nombre qu'on appelle la probabilité de l'événement, si on renouvelle l'expérience un très grand nombre de fois. Cette convergence de la suite des fréquences a été démontrée par Bernoulli, c'est la loi des grands nombres. Cette approche permet ainsi de calculer la probabilité des deux événements décrits dans le paragraphe précédent. Cette conception « fréquentiste » n'est évidemment pas applicable si l'expérience n'est pas reproductible.

En 10<sup>e</sup>, on a fait le choix de privilégier l'approche « probabiliste ». La difficulté, pour les élèves, est alors d'arriver à déterminer le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles. Dans certains cas, l'élaboration d'un arbre de choix ou d'un tableau à double entrée peut s'avérer utile.

Il est à noter que, dans ces activités, on ne demande jamais explicitement la probabilité d'un événement (conformément aux instructions du PER, cf. ci-dessus). En 10<sup>e</sup>, on s'est contenté de rester sur des expressions du type « On a X chances sur Y d'obtenir ce résultat ». Les élèves ont perçu que « X » correspond au nombre de cas favorables et « Y » au nombre de cas possibles.

En 11<sup>e</sup>, on continue bien sûr de travailler sur l'approche « probabiliste ». Par contre, on introduit l'expression « La probabilité d'un événement » qui remplace l'expression « On a X chances sur Y d'obtenir ce résultat ». L'autre nouveauté, c'est l'approche « fréquentiste ».

### Institutionnalisation

Au cours de cette balise, il est possible d'institutionnaliser la propriété qui permet de calculer la probabilité d'un événement dans une situation aléatoire dont les résultats sont équiprobables, ainsi que le lien entre la probabilité d'un événement d'une expérience aléatoire et la fréquence d'apparition de cet événement si on la répète de nombreuses fois.

On trouve dans le site, dans « Autres ressources » des compléments de l'*Aide-mémoire* sur les probabilités.