

NO127 Arithmétique babylonienne

a) C'est une numération de position en base 60 avec

un signe pour les dizaines : <

un pour les unités : √

un signe de séparation, ou d'absence d'une grandeur,
qu'on pourrait interpréter comme notre zéro : ∟

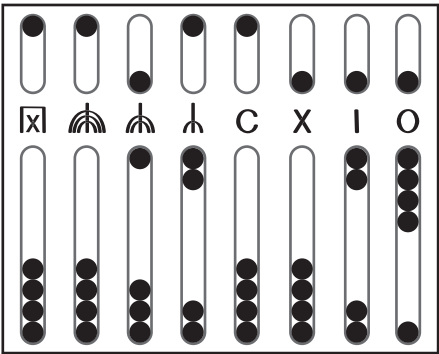
Ce dernier signe n'étant pas présenté dans cette activité,
un espace marqué à la place du groupement manquant
devrait être considéré comme juste, l'essentiel étant que
cette problématique apparaisse.

<< √	25
√ <<<	100
√√ <<<	150
√√ <<< √	175

b) 721 <√√ √
3920 √ √√ <<<
39912 <√ √√ <√√
7221 √√ ∟ <<√
180 √√√ ∟

	groupes de 3600	60	1
		12	1
	1	5	20
	11	5	12
	2	0	21
		3	0

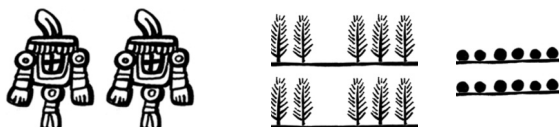
NO128 Calculatrice romaine



NO129 Du côté des Aztèques

a) 20 012 se représente par la somme :

$$16000 + 4000 + 12$$


$$(2 \cdot 8000) \quad (10 \cdot 400) \quad (12 \cdot 1)$$


b) Le plus grand nombre que l'on peut écrire avec ces quatre symboles est 159 999.

$$(19 \cdot 8000) + (19 \cdot 400) + (19 \cdot 20) + (19 \cdot 1) = 159999$$

NO130 La numération maya

a)

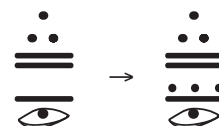
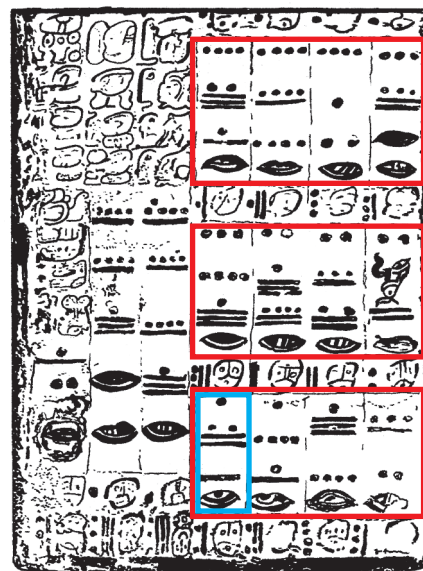


19 42 120 405 1808

b) Les rectangles rouges indiquent trois zones de 12 nombres écrits chacun sur quatre lignes, la première donnant des groupes de 7200, la deuxième des groupes de 360, la troisième des groupes de 20 et la quatrième des unités. On trouve ainsi les nombres

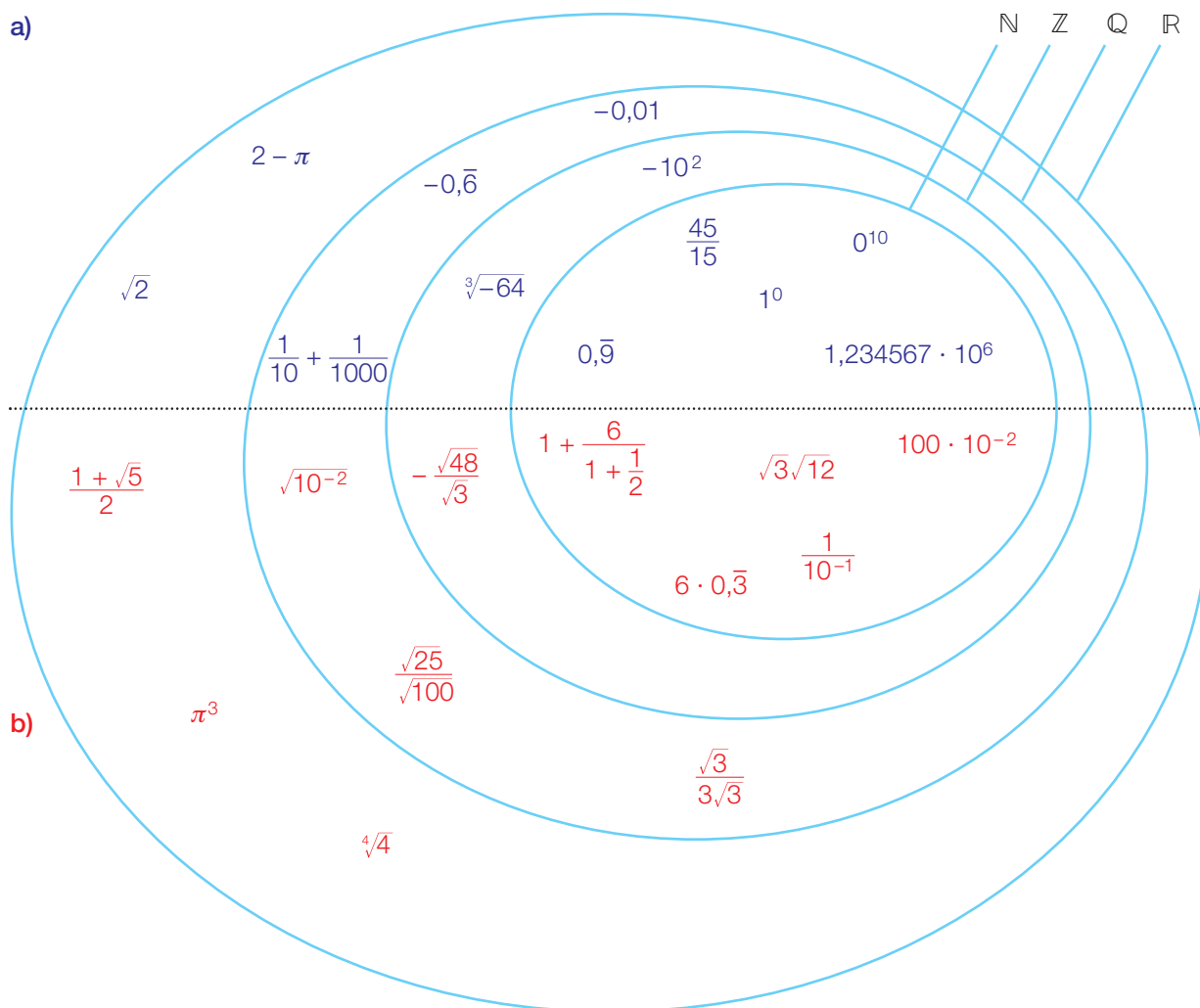
35 040	32 120	29 200	26 280
23 360	20 440	17 520	14 600
11 620	8760	5840	2920

qui sont des multiples communs de 365 (année terrestre) et 584 (année vénusienne). En divisant ces nombres par 2920 (le ppmc de 365 et de 585), on trouve les nombres de 12 à 1. Ce n'est toutefois pas vrai pour le nombre encadré en bleu, sur lequel le scribe a oublié trois points.



NO131 Ensembles de nombres

a)



b)

NO132 A quels ensembles ?

	\mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}
-1		✓	✓	✓
0	✓	✓	✓	✓
π				✓
$\frac{5}{3}$			✓	✓
$17,\bar{5}$			✓	✓
1,234			✓	✓
8888	✓	✓	✓	✓
$\sqrt[3]{-125}$		✓	✓	✓
$\sqrt{2}$				✓
10^6	✓	✓	✓	✓
$\frac{15}{13}$			✓	✓
6,6			✓	✓
$\sqrt{-4}$				
par exemple -7 ou -4^3		✓	✓	✓
par exemple 3 ou $\sqrt{16}$	✓	✓	✓	✓
impossible	✓	✓	✓	
impossible		✓		✓
par exemple $-14,\bar{6}$			✓	✓
par exemple $\sqrt{5}$				✓

NO133 On croise des nombres

a)

	F	G	H	I	J
A	7	8	1	2	5
B	6	9	9	9	6
C	5	1		9	0
D	4		5	7	6
E	3	2	9		1

- b) Ce nombre croisé n'est pas facile, et il est utile de relever les différentes possibilités existantes lorsqu'elles sont en nombre limité.

Voici quelques conseils pour une première lecture :

A1 : 27 ou 81

B1 : 128, 256 ou 512

B2 : 53

C : 15625 ou 78125

D1 : le deuxième chiffre ne peut être que 3, 7 ou 9

D2 : 9

D3 : 1

F2 : 28 (si à portée des élèves)

G1 : 7

J1 : 66 (croisement des infos B1 et C)

J2 : 45

K2 : 292 (avec apports C et D2)

L1 : 555

	H	I	J	K	L	M
A	8	1		5	5	2
B	2	5	6		5	3
C	1	5	6	2	5	
D	6	7		9		1
E	2		4	2	4	
F		4	5		2	8
G		7		1	2	8

NO134 Hommage à Barbara**Autocorrectif**

Du plus loin que me revienne
L'ombre de mes amours anciennes
Du plus loin du premier rendez-vous
Du temps des premières peines

Lors j'avais quinze ans à peine
Cœur tout blanc et griffes aux genoux
Que ce furent, j'étais précoce
De tendres amours de gosse
Ou les morsures d'un amour fou
Du plus loin qu'il m'en souvienne
Si depuis j'ai dit « je t'aime »
Ma plus belle histoire d'amour, c'est vous

C'est vrai je ne fus pas sage
Et j'ai tourné bien des pages
Sans les lire, blanches et puis rien dessus
C'est vrai je ne fus pas sage
Et mes guerriers de passage
A peine vus, déjà disparus...

NO135 La suite de Syracuse

- a) La suite se termine toujours par les nombres 4 ; 2 et 1 qui tournent en boucle. Le 1 n'apparaît qu'en seizième position pour 7 et en dix-neuvième position pour 9.
- b) Tous les nombres de « taille raisonnable » finissent de la même manière, avec des longueurs imprévisibles : en choisissant 27, le 1 n'apparaît qu'en cent-onzième position et on atteint un maximum de 9232.

NO136 Une commission en or !

Denis :	fonction 2^n	30 étapes
Thierry :	fonction 10^n	9 étapes
Alfred :	fonction n^2	31 623 étapes
Jean-Paul :	fonction $1000n$	1 million d'étapes
Aldo :	fonction 10^n	9 étapes
Laura :	suite de Fibonacci	45 étapes
Yves :	fonction 5^{n+1}	12 étapes
Ewa :	fonction 10^{2n-12}	11 étapes
Hervé :	fonction $10^{n/2+2}$ pour les étapes paires	14 étapes
	et fonction $10^{(n+1)/2}$ pour les étapes impaires	(le milliard est déjà atteint)

Corrigé

NO137 Qui divise ?

- a) Vrai, $n : 1 = n$.
- b) Faux, mais la seule exception est 0 ; pour tous les autres nombres, $n : n = 1$.
- c) Faux, puisque tout nombre (sauf 0) se divise par lui-même.
- d) Vrai : on peut écrire $a = n \cdot c$ et $b = m \cdot c$, donc $a + b = n \cdot c + m \cdot c = (n + m) \cdot c$.
- e) Faux : si $a = n \cdot c$, alors $a \cdot x = n \cdot c \cdot x = n \cdot x \cdot c = (n \cdot x) \cdot c$.

Corrigé

NO138 Zéphir

- a) Faux, il ne se divise pas par lui-même, mais c'est la seule exception.
- b) Faux, on trouve 0.
- c) Faux, aucun nombre ne se divise par 0.
- d) Vrai.
- e) On peut le considérer comme ça.
- f) Faux, car $0^0 \neq 1$.
- g) Vrai.
- h) Vrai.
- i) Vrai.
- j) Faux, la soustraction n'est pas commutative.

Corrigé

NO139 Le conducteur et le contrôleur

Les trois personnes avaient 7 ans, 7 ans et 50 ans.

Il y a 12 triplets de nombres plausibles :	1-25-98	1-35-70	1-49-50
(personne n'a 175 ans ou plus)	2-25-49	2-35-35	
	5-5-98	5-7-70	5-10-49 5-14-35
	7-7-50	7-10-35	7-14-25

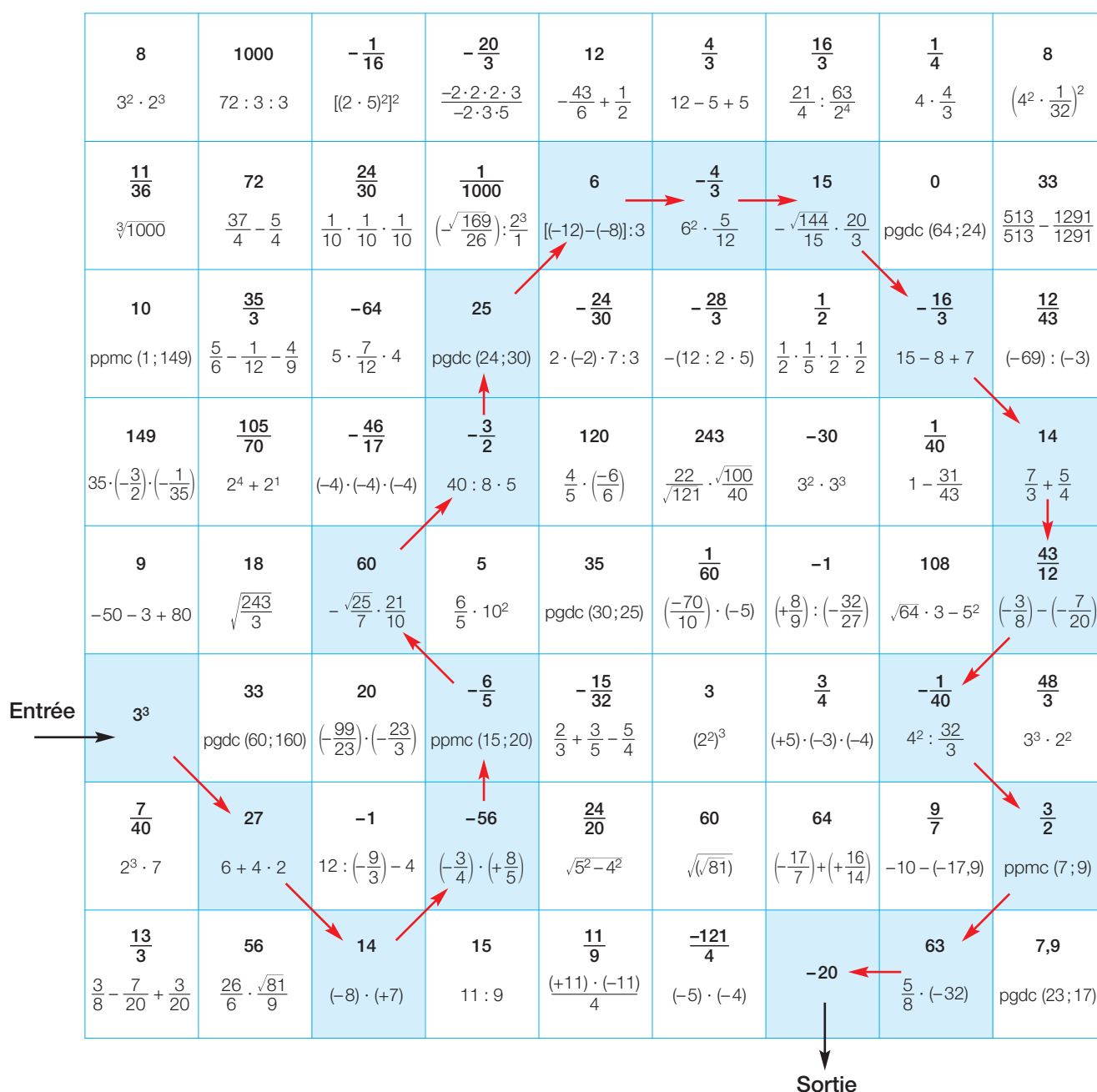
Comme le contrôleur ne peut pas répondre malgré l'indication du double de son âge, c'est que deux triplets au moins ont la même somme. Il s'agit de 5-10-49 et de 7-7-50, qui totalisent les deux 64. Le contrôleur a donc 32 ans. Comme la dernière indication lui permet de trancher, c'est que le conducteur a 49 ans (ce que le contrôleur devait savoir), et un passager 50 ans, ce qui désigne le deuxième triplet.

Corrigé

NO140 Quel footing !

- a) Après 1 heure.
- b) Il y a deux attributions possibles des parcours :
- avec Nathalie aux Airelles, Alexandre aux Bois et Suzanne à la Chenille, ils se retrouveront toutes les 60 heures au point de départ ;
 - avec Alexandre aux Airelles, Suzanne aux Bois et Nathalie à la Chenille, ils se retrouveront toutes les 30 heures au point de départ.

NO141 Encore un dédale



Corrigé

NO142 Harmoniquement vôtre

Par exemple: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = 1$$

Corrigé

NO143 Bizarre, bizarre !

a) $\frac{1}{128}$

b) $\frac{127}{128}$

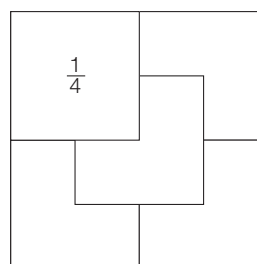
c) Cette somme s'approche de 1.

Corrigé

NO144 Le testament d'Aloys

Ils partagent le champ de cette manière.

André en a donc le quart, et chacun des quatre autres en reçoit les 3 seizièmes.



Corrigé

NO145 Les morilles

Oui, le partage est équitable, chacun partira avec le $\frac{1}{5}$ de la cueillette :

Zoé en prend $\frac{1}{5}$, Louis prend le $\frac{1}{4}$ des $\frac{4}{5}$ qui restent, donc aussi $\frac{1}{5}$, et ainsi de suite.

Corrigé

NO146 L'air

Oui, des calculs précis montrent des arrondis tout à fait acceptables.

NO147 Comment s'y prendre?

Par exemple :

a) 65 x^2

b) 34 x^3 ou 34 y^x 3 $=$

c) 14 x^2 x^2

d) 676 \sqrt{x}

e) 4913 $\sqrt[3]{x}$

f) 161051 y^x 5 $\frac{1}{x}$ $=$

g) 2001 \pm

h) 35 $\frac{1}{x}$

i) $0,00034$ $\frac{1}{x}$

j) 37 x^2 $\frac{1}{x}$

k) 37 $\frac{1}{x}$ x^2

l) 45 $\frac{1}{x}$ \pm

m) 45 \pm $\frac{1}{x}$

n) Rien à faire.

o) Rien à faire.

p) 7 \div 9 $=$

q) Dépend de la calculatrice.

r) Dépend de la calculatrice.

s) Dépend de la calculatrice.

t) 4 \div 7 $=$ $\frac{1}{x}$ x^2

NO148 A l'approche de π

Plus éloignée	Chine et bible	3
	Chine (259)	$\sqrt{10} \approx 3,162\,277\,66$
	Egypte	$\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3,160\,493\,827$
	Babylone	$3 + \frac{1}{8} = 3,125$
	Chine (259)	$\frac{142}{45} = 3,1\bar{5}$
	Chine (259) et approximation usuelle	$\frac{157}{50} = 3,14$
	Grèce (limite supérieure)	$3 + \frac{1}{7} = 3,142\,857$
	Grèce (limite inférieure)	$3 + \frac{10}{71} \approx 3,140\,845\,07$
	Affichage de la calculatrice	3,141 592 654
	1980	π avec ~2 millions de décimales
Plus précise	2012	π avec ~2700 milliards de décimales

NO149 Les chasseurs de π

Newton:	1. $\pi = 3$	5. $\pi = 3,141\,511\,17$
	2. $\pi = 3,125$	6. $\pi = 3,141\,576\,71$
	3. $\pi = 3,139\,062\,5$	7. $\pi = 3,141\,589\,42$
	4. $\pi = 3,141\,155\,13$	
Euler:	1. $\pi = 3,130\,169\,16$	5. $\pi = 3,141\,466\,13$
	2. $\pi = 3,139\,785\,76$	6. $\pi = 3,141\,519\,00$
	3. $\pi = 3,141\,025\,63$	7. $\pi = 3,141\,546\,11$
	4. $\pi = 3,141\,348\,13$	
Brouncker:	1. $\pi = 4$	5. $\pi = 3,339\,682\,54$
	2. $\pi = 2,666\dots$	6. $\pi = 2,976\,046\,17$
	3. $\pi = 3,466\,6\dots$	7. $\pi = 3,283\,738\,48$
	4. $\pi = 2,895\,238\,09$	
Leibnitz:	1. $\pi = 4$	5. $\pi = 3,339\,682\,54$
	2. $\pi = 2,666\dots$	6. $\pi = 2,976\,046\,17$
	3. $\pi = 3,466\,6\dots$	7. $\pi = 3,283\,738\,48$
	4. $\pi = 2,895\,238\,09$	

NO150 Ben, mon lapin !

Il y aura 233 couples.

Janvier : 1	Mai : 5	Septembre : 34	Janvier : 233
Février : 1	Juin : 8	Octobre : 55	
Mars : 2	Juillet : 13	Novembre : 89	
Avril : 3	Août : 21	Décembre : 144	

NO151 La canne des bâtisseurs

a) La canne, (propre à chaque élève) peut être concrétisée de différentes manières :

- une simple ficelle tendue sur laquelle chaque unité est marquée par un trait ;
- une bande de carton soigneusement découpée ;
- un bout de bois taillé à la bonne longueur ;
- ...

b) Les rapports se rapprochent du nombre φ (ou nombre d'or) : $\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \cong 1,618$.