

Factoriser une expression littérale

Méthode 1

En utilisant la mise en évidence d'un monôme $ab + ac = a(b + c)$.

Exemple Factoriser l'expression

$$10x^3 - 5x^2 + 5x.$$

ÉTAPE 1	Vérifier que l'expression soit sous sa forme réduite.	Les termes sont : $10x^3$, $-5x^2$ et $5x$. Il n'y a aucun monôme semblable, donc l'expression est réduite.
ÉTAPE 2	Y a-t-il des facteurs communs dans chaque monôme ? Si oui, les mettre tous en évidence.	Le facteur commun à chaque monôme est $5x$. On peut donc le mettre en évidence : $10x^3 - 5x^2 + 5x$ $= 5x \cdot 2x^2 - 5x \cdot x + 5x \cdot 1$ $= 5x(2x^2 - x + 1)$
ÉTAPE 3	Contrôler qu'il n'y ait plus de facteurs communs dans la parenthèse.	Il n'y a plus de facteur commun.

Remarque

On peut vérifier la factorisation en développant le produit obtenu.

$$5x(2x^2 - x + 1) = 10x^3 - 5x^2 + 5x.$$

Méthode 2

En utilisant la mise en évidence d'un polynôme.

Exemple Factoriser l'expression

$$(5z - 6)(8z - 1) - 4z(8z - 1).$$

ÉTAPE 1	Repérer chacun des termes de la somme.	Les termes sont : $(5z - 6)(8z - 1)$ et $4z(8z - 1)$
ÉTAPE 2	Dans ces termes, y a-t-il un facteur commun ?	Oui : $(8z - 1)$
ÉTAPE 3	Si oui, le mettre en évidence et additionner ou soustraire les termes semblables lorsque c'est possible.	$(5z - 6)(8z - 1) - 4z(8z - 1) = (8z - 1)(5z - 6 - 4z)$ $= (8z - 1)(z - 6)$

Méthode 3

En utilisant un produit remarquable.

Exemple Factoriser l'expression

$$9x^2 + 12xy + 4y^2.$$

ÉTAPE 1	Repérer les termes de la somme.	Les termes sont : $9x^2$, $12xy$ et $4y^2$.
ÉTAPE 2	Dans ces termes, y a-t-il des facteurs communs à chacun d'entre eux ?	Non.
ÉTAPE 3	Est-il possible d'utiliser un produit remarquable pour factoriser l'expression ?	Il y a trois termes. Deux d'entre eux sont des carrés : $9x^2$ et $4y^2$. On peut donc supposer que $a^2 = 9x^2$ et $b^2 = 4y^2$, donc que $a = 3x$ et $b = 2y$. Le troisième terme est-il égal à $2ab$? $2 \cdot 3x \cdot 2y = 12xy$. Oui, on peut par conséquent écrire : $9x^2 + 12xy + 4y^2 = (3x + 2y)^2$

Remarque

Ces méthodes peuvent se combiner.

Exemple

$$4x^3y - 16xy = 4xy(x^2 - 4)$$

$$= 4xy(x + 2)(x - 2)$$

D'abord, mise en évidence d'un facteur commun.
Puis, utilisation d'un produit remarquable.

➡ Produits remarquables (p. 72), Développer et réduire une expression littérale (p. 73)