

Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues

Méthode 1

Par substitution.

Exemple Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 4x + y = 5 \\ 3x + 6y = -12 \end{cases}$$

ÉTAPE 1	<p>A l'aide des règles d'équivalence, exprimer une inconnue en fonction de l'autre à partir d'une des équations.</p> $\begin{cases} 4x + y = 5 & \textcircled{1} \\ 3x + 6y = -12 & \textcircled{2} \end{cases}$ <p>Dans ce système, le plus simple est d'exprimer y en fonction de x à l'aide de la première équation.</p> $\begin{aligned} 4x + y &= 5 & \textcircled{1} \\ y &= 5 - 4x \end{aligned}$
ÉTAPE 2	<p>Remplacer, dans la deuxième équation, l'inconnue isolée par l'expression obtenue.</p> $\begin{aligned} 3x + 6(5 - 4x) &= -12 \\ 3x + 30 - 24x &= -12 \\ 30 - 21x &= -12 \end{aligned} \quad \left \begin{array}{l} \\ \\ -30 \end{array} \right.$
ÉTAPE 3	<p>Résoudre l'équation à une inconnue ainsi obtenue à l'aide des règles d'équivalence.</p> $\begin{aligned} -21x &= -42 \\ x &= 2 \end{aligned} \quad \left \begin{array}{l} \\ :(-21) \end{array} \right.$
ÉTAPE 4	<p>Calculer la valeur numérique de la deuxième inconnue en remplaçant la lettre par la valeur trouvée dans la première équation.</p> $\begin{aligned} y &= 5 - 4x \\ y &= 5 - 4 \cdot 2 \\ y &= -3 \end{aligned}$
ÉTAPE 5	<p>Ecrire l'ensemble de solutions.</p> $S = \{(2; -3)\}$

Remarque

L'ensemble de solutions est correct si, en remplaçant les inconnues par leur valeur respective, les deux équations initiales sont vérifiées.

Le couple $(2; -3)$ est solution du système, car :

$$\begin{cases} 4 \cdot 2 + (-3) = 5 \\ 3 \cdot 2 + 6 \cdot (-3) = -12 \end{cases}$$

• • •

$$\begin{cases} 2x + 3y = 27 \\ 5x = 2y + 1 \end{cases}$$

<p>ÉTAPE 1</p> <p>A l'aide des règles d'équivalence, transformer les deux équations pour les ramener à un système de la forme :</p> $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$	$\begin{cases} 2x + 3y = 27 \\ 5x = 2y + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 27 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$
<p>ÉTAPE 2</p> <p>Multiplier ou diviser les deux membres de la première équation par un même nombre et ceux de la deuxième équation par un même nombre de telle façon que les coefficients d'une des inconnues soient opposés.</p> <p>Additionner les deux équations membre à membre, pour que l'une des inconnues disparaisse.</p>	$\begin{array}{l} \begin{cases} 2x + 3y = 27 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{array} \\ + \begin{cases} 4x + 6y = 54 \\ 15x - 6y = 3 \end{cases} \\ \hline 19x + 0y = 57 \end{array}$
<p>ÉTAPE 3</p> <p>Résoudre une équation à une inconnue ainsi obtenue à l'aide des règles d'équivalence.</p>	$\begin{array}{l} 19x = 57 \\ x = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} : 19 \end{array}$
<p>ÉTAPE 4</p> <p>Remplacer la lettre par sa valeur dans une des équations du système et déterminer la deuxième inconnue.</p>	$\begin{array}{l} 2 \cdot 3 + 3y = 27 \\ 3y = 21 \\ y = 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} -6 \\ : 3 \end{array}$
<p>ÉTAPE 5</p> <p>Noter l'ensemble de solutions.</p>	$S = \{ (3 ; 7) \}$

Remarque

L'ensemble de solutions est correct si, en remplaçant les inconnues par leur valeur respective, les deux équations initiales sont vérifiées.
Le couple (3 ; 7) est solution du système, car :

$$\begin{cases} 2 \cdot 3 + 3 \cdot 7 = 27 \\ 5 \cdot 3 = 2 \cdot 7 + 1 \end{cases}$$

➡ Règles d'équivalence (p. 77)