

## ● Résolution d'une équation du deuxième degré à une inconnue

**Propriété 1** Pour qu'un produit de facteur soit nul, il faut et il suffit qu'un des facteurs soit nul. Quels que soient les nombres  $n$  et  $m$ , si  $n \cdot m = 0$  signifie que  $n = 0$  ou  $m = 0$  ( $n, m \in \mathbb{R}$ ).

*Exemple*

Si  $(2x - 3)(x + 2) = 0$ , alors  $2x - 3 = 0$  ou  $x + 2 = 0$ .

**Définition** Le **discriminant** de l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  est le nombre  $\Delta$  défini par :  $\Delta = b^2 - 4ac$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$  ;  $a \neq 0$ ).

**Propriétés 2** Soit l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$  ;  $a \neq 0$ ).

■ Si  $\Delta > 0$ , alors l'équation a **deux solutions** :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} ; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad (\text{formule de Viète})$$

■ Si  $\Delta = 0$ , alors l'équation a **une seule solution** :

$$x_1 = x_2 = \left\{ \frac{-b}{2a} \right\} \quad (\text{formule de Viète})$$

■ Si  $\Delta < 0$ , alors l'équation n'a **pas de solution** :

$$S = \emptyset$$

*Exemples*

○  $6x^2 + x - 2 = 0$

$$a = 6 ; b = 1 ; c = -2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2) = 49$$

$\Delta > 0$ , cette équation possède deux solutions.

Comme  $\sqrt{49} = 7$ , alors

$$S = \left\{ \frac{-1+7}{12} ; \frac{-1-7}{12} \right\}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} ; -\frac{2}{3} \right\}$$

○  $\frac{x^2}{2} - 4x + 8 = 0$

$$a = \frac{1}{2} ; b = -4 ; c = 8$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 = 16 - 16 = 0$$

$\Delta = 0$ , cette équation possède une seule solution.

$$x = \frac{-(-4)}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{4}{1} = 4$$

$$S = \{4\}$$

○  $x^2 + 2x + 2 = 0$

$$a = 1 ; b = 2 ; c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 4 - 8 = -4$$

$\Delta < 0$ , cette équation n'a pas de solution.

$$S = \emptyset$$

**Remarque** Résolution de l'équation  $x^2 = n$  ( $n \in \mathbb{R}$ )

- Si  $n > 0$  l'équation possède deux solutions opposées  $\sqrt{n}$  et  $-\sqrt{n}$ .
- Si  $n = 0$  l'équation a une seule solution  $\sqrt{0} = 0$ .
- Si  $n < 0$  l'équation n'a pas de solution dans  $\mathbb{R}$ .