

Proportionnalité

Généralités

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on peut calculer les valeurs de l'une en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre non nul. Ce nombre est appelé **facteur de proportionnalité** (ou facteur de linéarité).

Remarque

Le tableau présentant des valeurs de grandeurs proportionnelles est appelé **tableau de proportionnalité**.

Exemples

- A une même pompe, le prix à payer et la quantité d'essence achetée sont proportionnels. En effet, pour obtenir le prix à payer on multiplie la quantité d'essence (en l) par le prix d'un litre. On dit aussi que le prix à payer est proportionnel à la quantité d'essence achetée ou que la quantité d'essence est proportionnelle au prix à payer.
- Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté.

Longueur du côté	3	6	c
Périmètre	12	24	4c

Le facteur de proportionnalité est 4.

- Les grandeurs composées suivantes correspondent toutes à des situations de proportionnalités : pourcentage, échelle, vitesse moyenne, masse volumique.

Contre-exemples

- L'âge d'une personne n'est pas proportionnel à sa taille. En effet, il n'y a pas de facteur de proportionnalité qui permette de passer de l'âge de la personne à sa taille.
- L'aire d'un carré n'est pas proportionnelle à la longueur de son côté.

Côté du carré	2	3	c
Aire du carré	4	9	c ²

Il n'y a pas de facteur de proportionnalité permettant de passer du côté du carré à son aire.

Remarque

La fonction associée à une situation de proportionnalité est une fonction linéaire.

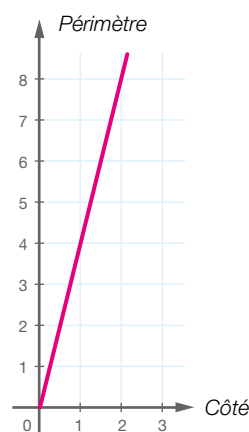
Exemple

Le périmètre d'un carré et la longueur d'un de ses côtés est une situation de proportionnalité (cf. ci-dessus).

Elle peut être représentée par la fonction qui associe $f: c \mapsto 4c$.

C'est bien une fonction linéaire.

Sa représentation est dans ce cas une demi-droite qui passe par l'origine du repère puisqu'il n'y a que des valeurs positives.



...

Propriété 1

Dans un tableau de proportionnalité, il y a **égalité des rapports**.
Une égalité de deux rapports est une proportion.

Grandeur 1	x	y	z
Grandeur 2	x'	y'	z'



c est le facteur de proportionnalité.

On a : $\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} = c$.

Exemple

Dans le tableau de proportionnalité suivant, exprimant le prix des abricots en fonction du poids, on a bien l'égalité des rapports.

Quantité d'abricots en kg	4	7	13
Prix en francs	20	35	65



On a : $\frac{20}{4} = \frac{35}{7} = \frac{65}{13} = 5$.

Propriété 2

Si les grandeurs 1 et 2 sont proportionnelles, on peut utiliser la **propriété de la somme** illustrée par le tableau ci-dessous.

Grandeur 1	x	y	x + y
Grandeur 2	x'	y'	x' + y'

Exemple

Dans le tableau de proportionnalité suivant exprimant la hauteur d'une pile de pièces de 50 centimes en fonction du nombre de pièces, la propriété de la somme est bien vérifiée.

Nombre de pièces	8	20	28
Hauteur de la pile en mm	10	25	35

Propriété 3

Les grandeurs 1 et 2 sont proportionnelles, on peut utiliser la **propriété du produit** illustrée par le tableau ci-dessous.

Grandeur 1	x	kx
Grandeur 2	x'	kx'

Exemple

Dans le tableau de proportionnalité suivant exprimant la hauteur d'une pile de pièces 50 centimes en fonction du nombre de pièces, la propriété du produit est bien vérifiée.

Nombre de pièces	8	40	120
Hauteur de la pile en mm	10	50	150

Remarque

Pour savoir si deux grandeurs sont proportionnelles on peut :

- Chercher s'il existe un facteur de proportionnalité.
 - Représenter graphiquement la situation pour voir s'il s'agit d'une droite passant par l'origine.
- Fonction linéaire (p. 52), Pourcentage (p. 58), Echelle (p. 59), Pente (p. 60), Vitesse moyenne (p. 61), Masse volumique (p. 62), Débit (p. 63)