

FA205 D'une somme à un produit

Intentions

- Factoriser un polynôme en utilisant la « mise en évidence » (Introduction).

Eléments d'analyse a priori

Pour chacune de ces sommes, il faut mettre en évidence un facteur commun à tous les termes afin de pouvoir utiliser la propriété de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition : $ab + ac = a(b + c)$. Les élèves connaissent bien sûr cette propriété, mais ils n'ont jamais eu l'occasion de l'utiliser dans ce « sens » en algèbre : en revanche, ils ont l'occasion de l'utiliser dans le cadre des numériques avec des exercices du type **9N094 Par oral e)** $88 \cdot 3 \cdot 14 + 12 \cdot 3 \cdot 14$.

Se pose également le problème de la nature du facteur commun. A la limite, toute expression littérale peut être factorisée dans la mesure où on peut l'écrire $1 \cdot (\dots)$ par exemple. Il faut donc rapidement instaurer les **RÈGLES DU CONTRAT DIDACTIQUE** : un facteur commun doit être du plus haut degré possible et ne peut être 1. Ainsi, certaines expressions ne sont pas factorisables (cf. **e)**). Ces règles se justifieront au cours de la balise *Equations*.

Gestion de la classe

A noter que, dans cette activité, on ne parle pas encore de factorisation.

L'enseignant peut proposer à ses élèves, dans un premier temps, de ne transformer que la somme **a)** en produit. Après un temps de recherche et éventuellement de confrontation en **SOUS-GROUPES**, la **MISE EN COMMUN** permet de faire émerger le résultat juste $2 \cdot (2y - 4)$. A cette occasion, l'enseignant peut demander aux élèves une méthode pour valider ce résultat. Cela permettra de mettre en évidence une procédure de validation très utile chaque fois qu'on utilise la méthode « de la mise en évidence » pour factoriser : redistribuer le facteur commun.

La mise en commun des résultats de la factorisation de l'expression **c)** permettra de faire prendre conscience aux élèves qu'il y a parfois plusieurs facteurs possibles (ici : 7, y ou $7y$). A cette occasion, l'enseignant pourra préciser que le but sera de trouver le facteur commun de plus haut degré avec le coefficient entier le plus grand. Cette règle pourra immédiatement être réinvestie avec l'expression **d)**.

Avec l'expression **e)**, l'enseignant pourra mettre en évidence que 1 n'est pas un facteur commun acceptable et, en conséquence, toute expression n'est pas factorisable.

Enfin, avec l'expression **h)**, les élèves découvrent qu'un facteur commun peut être un polynôme.

Institutionnalisation

Suite à cette activité, l'enseignant peut institutionnaliser ce que signifie « factoriser » et présenter une première procédure de factorisation : la mise en évidence (*Aide-mémoire*, p. 56). Il peut, à cette occasion, commencer à élaborer une **FICHE MÉTHODES** (on peut aussi établir cette fiche avec les élèves après l'activité **FA214 Factorisation de toutes sortes**, cf. commentaires de cette activité) :

SUITE →

Pour factoriser un polynôme, on peut utiliser la méthode...		
Nom, propriété	Conditions	Exemples
... de la mise en évidence en utilisant l'égalité $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$... trouver un facteur commun dans chaque terme de la somme. Attention! Comme facteur commun, il faut essayer de trouver le monôme (ou le polynôme) de plus haut degré avec le plus grand coefficient.	Factoriser $A = 9x^3 + 12x^2 + 3x$ et $B = x(x + 1) + 3(x + 1)$ $A = 3x \cdot 3x^2 + 3x \cdot 4x + 3x$ $A = 3x \cdot (3x^2 + 4x + 1)$. $B = x(x + 1) + 3(x + 1)$ $B = (x + 1)(x + 3)$

Cette fiche sera complétée au fur et à mesure de la découverte de nouvelles méthodes.

Les activités **FA207** à **FA209** aident les élèves à automatiser cette méthode de factorisation. A noter que des élèves rencontrent une difficulté lorsqu'un des termes de la somme est le facteur commun, c'est par exemple le cas de l'expression: $3x^2 + 3x$. Ces élèves ne savent pas quel terme va correspondre à $3x$ dans la parenthèse. Cette difficulté est abordée plusieurs fois dans les activités d'entraînement: **FA208 On factorise a), c)** et **FA209 On factorise encore b), f)**.

Liens

RESSOURCES DIDACTIQUES

- Règles du contrat didactique (cf. L'analyse d'erreurs des élèves et la remédiation)
- Fiche méthode (cf. La résolution de problèmes)
- Sous-groupe, mise en commun (cf. Le travail de groupes et la mise en commun)

SITES INTERNET

- Algèbre de surface (l'expression algébrique du rectangle) → <http://goo.gl/MAUD0s>
- Algèbre géométrique 2D – Problème 2: Factoriser → <http://goo.gl/J710Pp>
- Exercices de factorisation → <http://goo.gl/90qEh>