

FA226 Curiosités polynomiales !

Intentions

- Résoudre un problème en mobilisant la démarche scientifique et le développement d'expressions littérales.

Eléments d'analyse a priori

Dans la question **a)**, les élèves sont incités à faire des essais en développant successivement $(x + 1)^2$, $(x + 1)^3$, $(x + 1)^4$.

Ces premiers essais doivent permettre aux élèves de conjecturer que pour $(x + 1)^{10}$, ils vont trouver un polynôme formé de monômes de degré 10, 9, 8, 7, ..., 2, 1 et 0. Reste à trouver les coefficients de ces différents monômes. Si les coefficients de x^{10} et de x^0 sont faciles à trouver, c'est beaucoup plus délicat pour les coefficients des autres puissances de x .

Gestion de la classe

Après avoir laissé un temps suffisant pour que chacun puisse répondre à la question **a)**, l'enseignant peut inviter les élèves à travailler en **SOUS-GROUPES**. Une première **MISE EN COMMUN** permet de se mettre d'accord sur les degrés des monômes qui constituent le résultat cherché. Si aucun groupe ne peut aller plus loin, l'enseignant peut aider les élèves en leur proposant d'écrire les coefficients trouvés pour $(x + 1)^2$, $(x + 1)^3$, $(x + 1)^4$ sous la forme d'un triangle.

$(x + 1)^1$		1		1	
$(x + 1)^2$		1	2	1	
$(x + 1)^3$		1	3	3	1

Les élèves peuvent alors conjecturer une façon de continuer ce tableau et tester la validité de leur conjecture avec $(x + 1)^4$ et $(x + 1)^5$ et induire le développement de $(x + 1)^{10}$.

La preuve n'est pas du niveau des élèves; en revanche, l'enseignant peut demander aux élèves d'imaginer comment ils pourraient vérifier (mais pas prouver) la formule trouvée (retour à une valeur numérique, par exemple $x = 1$).

Prolongement possible

De nombreuses activités peuvent être menées autour des propriétés du triangle de Pascal (cf. sites ci-dessous).

Liens

RESSOURCES DIDACTIQUES

→ Sous-groupes, mise en commun (cf. Le travail de groupes et la mise en commun)

SITES INTERNET

→ Les propriétés du Triangle de Pascal → <http://goo.gl/6lz4a> et <http://goo.gl/SvfzG>