

FA23 Fractiles

Intentions

- Modéliser une situation en mobilisant la stratégie de la **DÉMARCHE SCIENTIFIQUE** et en utilisant les puissances, le théorème de Pythagore, le calcul algébrique.

Enjeu de l'activité

Cette activité permet de mobiliser de nombreuses notions et outils mathématiques :

- les puissances ;
- le théorème de Pythagore ;
- le calcul littéral ;
- la construction géométrique ;
- l'infini.

Eléments d'analyse a priori

Dans un premier temps, les élèves doivent construire la troisième figure. Pour cela, ils doivent observer les trois figures et comprendre les règles de passage d'une à l'autre.

Pour répondre à la question suivante, les élèves vont calculer les périmètres des premières étoiles ; ils pourront ainsi répondre à la première partie de cette question. Il ne sera pas possible de répondre aux deux autres parties sans trouver une formule qui permette de passer d'un périmètre au périmètre suivant. Les premiers essais peuvent amener les élèves à induire cette formule. La formule trouvée, les élèves peuvent répondre aux questions sur le périmètre en tâtonnant avec la calculatrice.

Pour la dernière question, l'établissement de la formule qui lie l'aire au numéro de l'étoile n'est pas accessible aux élèves de 11^e (voir compléments mathématiques ci-dessous). Les premiers calculs d'aires montrent que la fonction qui, au numéro de l'étoile associe son aire, est croissante, aussi les élèves sont tentés de penser que l'aire peut dépasser n'importe quelle valeur. La question précédente sur les périmètres renforce cette conjecture.

Gestion de la classe

Si les élèves sont bloqués pour répondre à la deuxième question, l'enseignant peut les inviter à trouver une formule qui donne le nombre de côtés de la figure en fonction de l'étape.

Pour la troisième question, l'enseignant peut demander aux élèves de comparer l'aire des étoiles au cercle circonscrit au triangle de départ.

Suite à cette activité, il peut être important de faire prendre conscience aux élèves qu'une fonction peut être croissante sans pour autant qu'elle puisse prendre des valeurs aussi grandes que l'on veut.

SUITE →

Compléments mathématiques

Le tableau ci-dessous permet de mettre en évidence l'évolution de l'aire :

étape	1	2	3	4	5
mesure du côté (cm)	13,5	4,5	1,5	0,5	0,166...
aire d'un petit triangle (cm ²) (~)	78,92	8,77	0,97	0,11	0,01
nombre de petits triangles	1	12	120	1128	10344
aire de l'étoile (cm ²) (~)	78,92	105,22	116,91	122,11	124,42

On constate que l'aire augmente d'une étape à l'autre mais elle est toujours inférieure à l'aire du cercle circonscrit au triangle de départ.

Si A_n est l'aire de l'étoile de la nième étape alors $A_n = A_1(1 + \frac{1}{3}(1 + \frac{4}{9} + (\frac{4}{9})^2 + (\frac{4}{9})^3 + \dots + (\frac{4}{9})^{(n-1)}))$.

Liens

RESSOURCES DIDACTIQUES

→ Stratégie de recherche (cf. La résolution de problèmes)

SITES INTERNET

→ Pour illustrer l'évolution de la courbe de Van Koch → <http://goo.gl/T1SEZ>

→ maths.friportail.ch → FA23 GeoGebra → <http://goo.gl/qhmB6A>