

## FA24 Le cube peint

### Intentions

- Modéliser une situation en utilisant une stratégie de dénombrement.

### Eléments d'analyse a priori

Les élèves peuvent commencer par calculer le nombre de cubes cherchés dans des cas particuliers. Une difficulté de cette stratégie est le cas où  $n = 2$  : il s'agit d'un cas particulier qui ne permet pas d'induire les résultats suivants. A partir de  $n = 3$  ou  $n = 4$ , les élèves peuvent commencer à mettre en place une procédure de dénombrement (voir ci-dessous). Ils ont la possibilité de valider leur résultat en effectuant la somme des nombres des différents types de cubes qui doit être égale au nombre total de cubes. Cette vérification est valable à condition que les élèves ne calculent pas le nombre de cubes n'ayant aucune face peinte en soustrayant le nombre de cubes total à la somme des nombres de cubes qui ont trois, deux ou une faces peintes !

Pour dénombrer les différents cubes, les élèves doivent mobiliser des images mentales, mais également un raisonnement :

- les cubes qui ont trois faces peintes se trouvent uniquement au sommet du cube, il y en a donc toujours 8 ;
- les cubes qui ont deux faces peintes se trouvent sur les arêtes, sans être au sommet. Il y en a donc  $n - 2$  par arête et comme il y a 12 arêtes on a :  $12(n - 2)$  cubes qui ont deux faces peintes ;
- les cubes qui n'ont qu'une face peinte se trouvent sur les faces sans être sur les arêtes. Sur chaque face, il y en a donc  $(n - 2)^2$ , or il y a 6 faces, il y a donc  $6 \cdot (n - 2)^2$  cubes dont une seule face est peinte ;
- les cubes qui n'ont aucune face peinte se trouvent à l'intérieur du cube. Ils constituent un cube de  $(n - 2)$  cubes de côté. Il y en a donc  $(n - 2)^3$ .

Avec ce système de dénombrement, on peut vérifier que la somme des nombres obtenus est bien égale à  $n^3$ .