

FA371 Les pots de confiture

Intentions

- Résoudre un problème en utilisant un système de trois équations à trois inconnues.

Eléments d'analyse a priori

L'élève doit choisir trois inconnues et écrire les trois équations qui traduisent le fait qu'il y a la même masse de confiture sur les étagères. Si x , y et z représentent, respectivement, la masse (en kg) du petit, du moyen et du grand pot, on obtient le système :

$$\begin{cases} 4x + 4y + z = 5000 & (1) \\ 7x + \quad 2z = 5000 & (2) \\ 7x + 6y = 5000 & (3) \end{cases}$$

La difficulté est de résoudre ce système.

Les élèves peuvent procéder par substitution en calculant deux inconnues en fonction de la troisième. Par exemple, il est possible d'exprimer z et y en fonction de x en utilisant les équations (2) et (3). Ils peuvent ensuite remplacer z et y par leur expression en fonction de x dans l'équation (1). La difficulté est la présence de fractions dans les expressions trouvées pour z et y .

Il est également possible en soustrayant (2) à (3) de trouver que $z = 3y$, puis en remplaçant z par cette valeur dans (1) et (2), on obtient le système linéaire de deux équations à deux inconnues que les élèves savent résoudre :

$$\begin{cases} 4x + 7y = 5000 \\ 7x + 6y = 5000 \end{cases}$$

A noter qu'il est également possible de résoudre le problème sans utiliser de système, en restant dans le cadre des grandeurs. En examinant les quantités de confiture présentes sur les deuxième et troisième rayons, on peut déduire le rapport de la masse du grand pot à celle du pot moyen (1 grand = 3 moyens), par suite de l'égalité des nombres de petits pots sur chacun de ces rayons. Puis en examinant les quantités de confiture présentes sur les premier et deuxième rayons, on peut en déduire, grâce au résultat précédent (1 grand = 3 moyens), le rapport de la masse du pot moyen à celle du petit pot (1 moyen = 3 petits). En portant sa réflexion sur un seul rayon, en choisissant un seul type de pot comme unité de masse, par exemple, à partir du premier rayon, on peut trouver que 25 petits pots ($1 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 4$) ont une masse de 5 kg, et donc qu'un petit pot a une masse de 0,2 kg. On peut alors déterminer la masse des autres pots.