

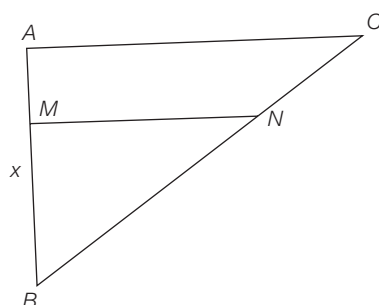
FA372 Les deux frères

Intentions

- Résoudre un problème en utilisant le calcul d'aire de triangle rectangle et le théorème de Thalès afin de poser des équations.

Eléments d'analyse a priori

Une fois un dessin réalisé, les élèves perçoivent que le positionnement peut être caractérisé par la longueur BM (M étant le point de la barrière situé sur AB) qu'on peut appeler x .



Il faut donc établir une équation d'inconnue x . Pour cela, il faut identifier dans l'énoncé l'information qui peut conduire à une équation : « Il décide de le partager équitablement ».

Donc $\text{Aire}(BMN) = \text{Aire}(AMNC)$. Il faut maintenant déterminer ces aires en fonction de x :

$$\text{Aire}(BMN) = BM \cdot \frac{MN}{2} = x \cdot \frac{MN}{2}$$

En revanche, le calcul de l'aire de $AMNC$ est complexe. Il peut donc être utile de traduire autrement les égalités de l'aire : $\text{Aire}(BMN) = \frac{\text{Aire}(ABC)}{2}$.

L'aire de ABC est facile à calculer : $AB \cdot \frac{AC}{2} = 84 \cdot \frac{AC}{2} = 42 \cdot AC$. On obtient alors l'équation :

$$x \cdot \frac{MN}{2} = 42 \cdot \frac{AC}{2}, \text{ donc } x \cdot MN = 42 \cdot AC \quad (1).$$

Nouvelle difficulté, on a une équation avec trois inconnues !

Quelle information n'a pas été prise en compte ? Les droites MN et AC sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès : $\frac{BM}{BA} = \frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC}$. Donc $\frac{x}{84} = \frac{MN}{AC}$, donc $x \cdot AC = 84 \cdot MN$. On peut exprimer MN en fonction de AC et x , on obtient : $MN = x \cdot \frac{AC}{84}$, ce qui permettra en substituant MN par cette valeur dans l'équation (1) se ramener à une équation à deux inconnues !

$x^2 \cdot \frac{AC}{84} = 42 \cdot AC$ donc $x^2 \cdot AC = 84 \cdot 42 \cdot AC$; on a encore deux inconnues mais AC étant non nul, on peut diviser les deux membres de cette égalité par AC . On obtient $x^2 = 84$.

On peut ainsi déterminer x .

Cette analyse met en évidence certaines difficultés que les élèves peuvent rencontrer :

- difficulté à identifier la façon dont on peut répondre à la question « où faut-il la placer exactement ? » ;
- difficulté à traduire l'égalité des deux aires ;
- difficulté à réduire le nombre d'inconnues ;
- difficulté à manipuler des expressions littérales avec des variables qui sont des longueurs de segment : AB , AC ;
- on a appris aux élèves à ne pas simplifier les deux membres d'une équation en divisant ces deux membres par une quantité contenant l'inconnue (cf. **FA257 Cherche la résolution correcte**) ;
- découragement devant le nombre d'inconnues.

SUITE →

Gestion de la classe

On peut envisager de faire régulièrement des mises en commun au cours de la phase de recherche, autour des questions suivantes :

- quelle information faut-il donner pour répondre à la question ?
- quelle information de l'énoncé peut conduire à une équation ?
- comment diminuer le nombre d'inconnues de l'équation ?

Si les élèves bloquent car ils cherchent à établir l'aire de $AMNC$, l'enseignant peut leur demander si on peut traduire par une autre égalité, l'égalité des aires des deux parcelles.