

## FA3 Combien de triangles ?

### Intentions

- Rechercher une expression fonctionnelle associée à une situation concrète (Introduction).
- Modéliser une situation en mobilisant la **STRATÉGIE DE RECHERCHE** : « Démarche scientifique ».

### Eléments d'analyse a priori

Dans un premier temps, il faut s'assurer que les élèves s'approprient bien l'énoncé et en particulier le but à atteindre. Des élèves ne comptent souvent que les « petits » triangles, c'est-à-dire ceux qui ne sont pas traversés par un segment. Ainsi, pour 3 points, ils dénombrent 3 triangles. Il est important que, très rapidement, les élèves se construisent une représentation correcte de l'énoncé. Pour cela, après un temps de recherche individuelle, l'enseignant peut faire le point sur le nombre de triangles obtenus avec trois points.

Une fois l'énoncé approprié, les élèves peuvent mettre en place la démarche scientifique. Cela les conduira à la formule  $1 + 2 + 3 + \dots + n$ . Cette formule n'est pas très pratique pour calculer le nombre de triangles, les élèves sentent la nécessité de trouver une formule plus opérationnelle. Soit ils l'ont déjà rencontrée en 9<sup>e</sup> ou 10<sup>e</sup>, soit l'enseignant peut les guider vers la formule, par exemple en leur proposant de calculer  $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 9 + 10 + 11 + 12$  en écrivant  $S$  de deux façons différentes et en plaçant ces deux expressions en dessous l'une de l'autre comme ci-dessous :

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 S = & 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & 5 & + & 6 & + & 7 & + & 8 & + & 9 & + & 10 & + & 11 & + & 12 \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 S = & 12 & + & 11 & + & 10 & + & 9 & + & 8 & + & 7 & + & 6 & + & 5 & + & 4 & + & 3 & + & 2 & + & 1
 \end{array}$$

Il demande aux élèves d'additionner membre à membre ces deux égalités. Les élèves sont ensuite invités à généraliser cette méthode pour calculer :  $1 + 2 + \dots + (n - 1)$ .

A noter que certains élèves peuvent également, sans faire d'essais, étudier le lien entre le nombre de triangles obtenus avec  $n$  points et le nombre de triangles obtenus avec  $n - 1$  points. Ils vont se rendre compte qu'ajouter un  $n$ -ième point, ajoute  $n$  triangles au nombre de triangles obtenus avec  $n - 1$  points. Ainsi, le nombre de triangles pour  $n$  points est  $1 + 2 + \dots + (n - 1)$ .

### Liens

#### RESSOURCES DIDACTIQUES

→ Stratégie de recherche (cf. La résolution de problèmes)