

Figures géométriques planes

En 11^e, pour les élèves de Niveau 1, il n'y a pas de nouveaux concepts à étudier. Ils pourront ainsi consolider le travail réalisé en 9^e et 10^e.

Pour les élèves des Niveaux 2 (uniquement en sensibilisation) et 3, on aborde de nouvelles notions :

- la tangente à un cercle ;
- les angles opposés par le sommet, les angles alternes-internes et correspondants ;
- les angles au centre et inscrits.

Enfin, les élèves de Niveau 3 doivent savoir utiliser la propriété du cercle de Thalès.

Le PER met l'accent sur plusieurs **SAVOIR-FAIRE** qui sont communs à ces différents objets ou relations et bien sûr à celles qui sont introduites en 11^e :

- reconnaître ;
- nommer ;
- décrire en fonction des propriétés ;
- construire.

Reconnaître

La reconnaissance peut se faire de trois façons :

- à vue d'œil, dans le cadre de ce qu'on appelle la **géométrie perceptive** ;
- avec des instruments, dans le cadre de ce qu'on appelle la **géométrie instrumentée** ;
- à l'aide de propriétés, dans le cadre de ce qu'on appelle la **géométrie déductive**.

Des exercices de reconnaissance à vue d'œil sont systématiquement proposés lors de l'introduction de nouveaux objets géométriques (angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants, les angles au centre et inscrits). Ces exercices sont, bien sûr, essentiels pour que les élèves puissent s'investir dans la géométrie déductive. Il est, en effet, très difficile de pouvoir utiliser les propriétés de ces objets dans des raisonnements si l'on n'a pas été entraîné auparavant à les reconnaître.

Construire

Les constructions peuvent être des croquis (ou schémas) ou des dessins précis.

Comme le précise l'*Aide-mémoire*, un croquis est une représentation graphique faite généralement à main levée sur laquelle figurent souvent un (des) codage(s) (angle droit, côtés isométriques...) et des mesures (*Aide-mémoire*, p. 68). Un croquis est utile pour communiquer des informations sur un objet géométrique afin de :

- l'identifier ;
- le construire de façon précise ;
- répondre à des questions relatives à l'objet. Dans la plupart des activités de ce chapitre, des schémas sont présents pour faciliter l'appropriation des énoncés.

SUITE →

Dans ce contexte, l'élève doit savoir lire les informations portées sur un croquis.

Mais un croquis est aussi un outil heuristique, une aide à la recherche indispensable, pour résoudre des problèmes de construction ou de géométrie déductive. C'est par exemple le cas de l'activité **ES5 A louer** qui consiste à construire un plan. La réalisation de ce plan nécessite la construction préalable d'un croquis de façon à pouvoir établir les étapes de cette construction.

De même, dans le cadre de la géométrie déductive, lorsqu'il s'agit de prouver une assertion ou de calculer des mesures d'angles ou de longueurs, la construction d'un croquis est indispensable (s'il n'est pas donné dans l'énoncé) pour mettre en place le raisonnement. Par exemple, dans l'activité **ES8 Côtés isométriques**, on ne peut pas calculer les angles du triangle ABC sans réaliser un croquis. Toute la difficulté pour les élèves est de bien comprendre le statut de ce croquis. Pour déterminer les mesures des angles du triangle ABC , on ne s'attend pas à ce qu'ils utilisent leur rapporteur pour mesurer ces angles sur le croquis réalisé, même si ce croquis est fait avec précision. En effet, ce type de procédure pose deux problèmes : d'une part, on ne peut pas affirmer que les mesures des angles du triangle ABC sont bien exactes et, d'autre part, on ne sait pas si ces mesures sont toujours les mêmes quelles que soient les longueurs des segments OA , OB et OC . Si on veut s'assurer que les angles du triangle mesurent bien 20° , 40° et 120° , quelles que soient les longueurs des segments OA , OB et OC , il est nécessaire de passer par la géométrie déductive, c'est-à-dire de s'appuyer sur des propriétés. Dans ce cas, la représentation réalisée par l'élève n'a plus le même statut, elle ne va pas servir à mesurer les angles, mais elle va être le support d'un raisonnement. Les trois segments tracés ne sont plus un cas particulier, mais les représentants de tous les segments que l'on peut tracer en respectant les conditions de l'énoncé.

Dans ce contexte, on ne parle pas de **dessin** mais de **figure**. Comme le précise le PER : « *Au cycle 2, les élèves ont principalement travaillé sur des dessins sur lesquels ils pouvaient prendre des mesures, vérifier des propriétés à l'aide de leurs instruments de géométrie. Au cycle 3, ils doivent instaurer un autre rapport aux représentations graphiques en géométrie en les considérant comme des représentations d'un objet idéal (figure). Cette représentation étant très prégnante, elle suffit à beaucoup d'élèves comme preuve (Je vois donc je crois) alors qu'à ce stade de la scolarité, il faut privilégier une approche basée sur les propriétés des figures. Pour favoriser ce passage du perceptif aux propriétés des objets géométriques, il est bon de permettre aux élèves de faire la distinction entre 'figure', 'dessin', 'croquis'* » (PER-MSN, p. 15). Nous reviendrons sur ce point à la fin de ce texte.

Les savoir-faire présentés au début de ce texte sont au service de *La résolution de problèmes* pour modéliser le plan et l'espace. Le PER identifie plusieurs « outils » pour s'engager dans une telle démarche en particulier la construction et la reproduction de figures.

Les constructions

Il y a plusieurs types de **constructions de figures** suivant les informations données aux élèves :

- la construction à partir d'une marche à suivre : dans ce cas, on donne les étapes de la construction à réaliser. On peut considérer qu'on est encore dans un **EXERCICE** et non dans un **PROBLÈME**. En 11^e, les seuls exercices de ce type sont les premières étapes d'un énoncé qui demande ensuite aux élèves de calculer des mesures d'angles ou de s'engager dans une démarche de preuve (cf. **ES31 Pas n'importe quel cercle**, **ES39 Quoi ?**, **ES47 Calculs de mesures**, ...);

SUITE →

- la construction à partir d'un **descriptif**. Dans *Mathématiques 11^e*, le descriptif est donné par un texte, parfois en complément d'un début de dessin (**ES27 Où est-il?**, **ES29 Point de tangence**, **ES30 Cercle tangent**, **ES38 Cerf-volant**). Dans ce type de problèmes, il est généralement intéressant d'établir un croquis de la figure « finie » afin d'identifier les étapes de construction (cf. Commentaires de ces activités). Une fois la figure réalisée, l'élève doit justifier sa construction : *qu'est-ce qui prouve que la figure ainsi réalisée répond bien au descriptif demandé ?* Les propriétés de géométrie jouent ainsi un double rôle :
 - elles permettent aux élèves de passer du croquis aux étapes de construction de la figure demandée ;
 - elles permettent de justifier la construction réalisée.

Les reproductions de figures

Reproduire une figure consiste à réaliser une copie d'un objet (dessin, solide) qui est présent. Cette copie est généralement à réaliser à l'échelle (généralement 1 : 1) (**ES6 Etape par étape**, **ES7 Clin d'œil à un artiste : Max Bill**). Pour cela, l'élève passe par les étapes suivantes :

- analyser le dessin en identifiant les figures de base qui le constituent (droites, droites parallèles, droites perpendiculaires, milieux, cercles ou arcs de cercle, triangles particuliers, quadrilatères particuliers, etc.) et les liens entre ces différentes figures (par exemple, le centre du cercle est le point d'intersection des diagonales du carré) ;
- définir une chronologie des tracés ;
- exécuter les tracés.

Le PER évoque également **l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique** pour modéliser le plan et l'espace. Comme dans *Mathématiques 10^e*, il n'y a pas, dans l'ouvrage de 11^e, de situations spécifiques pour apprendre à utiliser ces logiciels. Par contre, de très nombreuses activités « papier-crayon » peuvent être mises en place avec un logiciel de géométrie. Des pistes sont proposées dans les commentaires.

Comme on l'a vu ci-dessus, le PER met l'accent sur le passage de la géométrie instrumentée (et perceptive) à la géométrie déductive. Cette dernière se caractérise, entre autres, par la mise en place de preuves : « *Utilisation des propriétés des figures et des transformations géométriques pour établir des preuves* » (PER-MSN, p. 14). Ces preuves sont constituées de « *Cheminements déductifs basés sur des figures géométriques (Niveau 3)* » (PER-MSN, p. 15). Cela suppose que :

- les élèves perçoivent l'insuffisance des dessins qu'ils réalisent pour prouver des conjectures en géométrie (cf. **RÈGLES DU DÉBAT MATHÉMATIQUE**, *Aide-mémoire*, p. 134). Ce travail a été amorcé en 9^e et systématisé en 10^e. On considère que ces règles sont installées en 11^e. **Ainsi, dans les énoncés, on ne précise plus (sauf dans de rares cas) que les élèves doivent justifier leur réponse. On estime que le contrat est maintenant bien installé : on demande aux élèves de travailler systématiquement dans la géométrie déductive ;**
- les élèves maîtrisent un certain nombre de propriétés qui serviront de point d'appui aux « cheminements déductifs », c'est-à-dire qu'ils en maîtrisent le **SAVOIR DÉCLARATIF** (très utile pour le chaînage avant) et le **SAVOIR PROCÉDURAL** (« cette propriété peut me servir... – par exemple à prouver que deux droites sont parallèles – à condition d'avoir... – par exemple un parallélogramme – », indispensable pour utiliser le chaînage arrière) ;

SUITE →

- l'enseignant peut aider les élèves à construire ces «cheminements déductifs» en appui sur la stratégie «chaînage avant/chaînage arrière» qui semble très performante pour cela. Rappelons que la mise en place de **FICHES MÉTHODES** peut être une aide importante pour la mise en place du chaînage arrière.

Ce travail se fait de façon systématique en 11^e pour les élèves de Niveau 3. Ils seront confrontés à des problèmes du type :

- prouver que des points sont alignés ;
- prouver que deux droites sont perpendiculaires ;
- prouver la nature d'un triangle, d'un quadrilatère ;
- prouver que deux segments sont isométriques ;
- calculer des mesures d'angles et de longueurs.

Les élèves de niveau 2 sont placés dans la géométrie déductive principalement avec des problèmes qui consistent à calculer des angles et des longueurs.

Liens

RESSOURCES DIDACTIQUES

- Savoir déclaratif, savoir procédural, règles du débat mathématique (cf. La résolution de problèmes, La preuve et la démonstration en mathématiques)
- Exercices, problèmes, fiches méthodes (cf. La résolution de problèmes)