

Tangente et cercle de Thalès LEp184

Plusieurs aspects de la tangente à un cercle sont à développer (uniquement pour les Niveaux 2 – en sensibilisation – et 3) :

- la tangente à un cercle est une droite qui a un seul point commun avec un cercle ;
- la tangente à un cercle en un point est la droite perpendiculaire à un rayon du cercle en ce point ;
- la tangente à un cercle est une droite dont la distance au centre du cercle est égale au rayon.

Le premier aspect n'est bien sûr pas opérationnel pour résoudre des problèmes mobilisant la notion de tangente à un cercle ; par contre, elle aide les élèves à se construire des images mentales de cet objet ; ces images sont indispensables pour la reconnaissance de tangentes.

L'activité **ES28 Super position !** permet d'introduire ces trois aspects. Les élèves peuvent ensuite s'entraîner à construire une tangente avec l'activité **ES29 Point de tangence**. Cette notion est réinvestie dans un problème avec l'activité **ES30 Cercle tangent**.

Il y a deux propriétés associées au cercle de Thalès (qui n'est abordé qu'au Niveau 3) :

- P1 : si dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle, alors ce triangle est rectangle en ce point.
- P2 : si un triangle est rectangle, alors le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

P2 est la réciproque de P1.

A la propriété P1 est directement associée la propriété P'1 : « *Si dans un triangle, la longueur de la médiane issue d'un sommet est égale à la moitié de longueur du côté opposé, alors ce triangle est rectangle en ce sommet* ». Ces deux propriétés sont équivalentes du point de vue mathématique mais pas du point de vue didactique. En effet, pour P1, le cercle joue un rôle privilégié alors qu'il est absent de P'1.

De même, à la propriété P2 est directement associée la propriété P'2 : « *Si un triangle est rectangle alors la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse* ». Comme ci-dessus, ces deux propriétés sont équivalentes du point de vue mathématique mais pas du point de vue didactique.

Le **SAVOIR PROCÉDURAL** associé à ces propriétés permet :

- de prouver qu'un triangle est rectangle : P1 et P'1 ;
- de trouver le centre d'un cercle circonscrit à un triangle rectangle : P2 ;
- de calculer des longueurs et de prouver que des longueurs de segments sont égales : P'2.

La propriété P1 peut être introduite à l'aide de l'activité **ES31 Pas n'importe quel cercle**. Sa variante P'1 le sera avec l'activité **ES34 Le type d'ABC**.

La propriété P2 et sa variante P'2 seront abordées à l'aide de l'activité **ES32 J'affirme !** et **ES33 Le type d'ABD**.

Les activités **ES33** et **ES35** à **ES41** permettent de réinvestir ces propriétés en faisant des liens avec d'autres propriétés de géométrie. Le tableau ci-dessous permet d'identifier le type de problèmes et les propriétés utilisées pour les activités.

SUITE →

Activités	Type de problème	Propriétés utilisées
ES35 Dans un cercle	Calculer la mesure d'un angle.	Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point. La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .
ES36 Dans un demi-cercle	Calculer la mesure d'un angle.	Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point. La médiatrice est une droite perpendiculaire à un segment. La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .
ES37 Propriétés multiples	Calculer la mesure d'un angle.	Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point. Les angles non opposés d'un parallélogramme sont supplémentaires. Les angles opposés par le sommet sont isométriques. La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .
E38 Cerf-volant	Construire un cerf-volant ayant deux angles droits.	Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point. Définition d'un cerf-volant. Calcul de l'aire d'un triangle.
ES39 Quoi ?	Déterminer la nature d'un quadrilatère.	Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point. Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.
ES40 Surprise	Prouver que des points sont alignés.	Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.
ES41 Des tangentes	Construire des tangentes à un cercle qui passent par un point extérieur au cercle.	La tangente en un point d'un cercle est une droite perpendiculaire à la droite passant par ce point et le centre du cercle. Si, dans un cercle, un triangle a pour sommets les extrémités d'un diamètre et un point du cercle alors ce triangle est rectangle en ce point.

Liens

RESSOURCES DIDACTIQUES

→ Savoir procédural (cf. La résolution de problèmes)