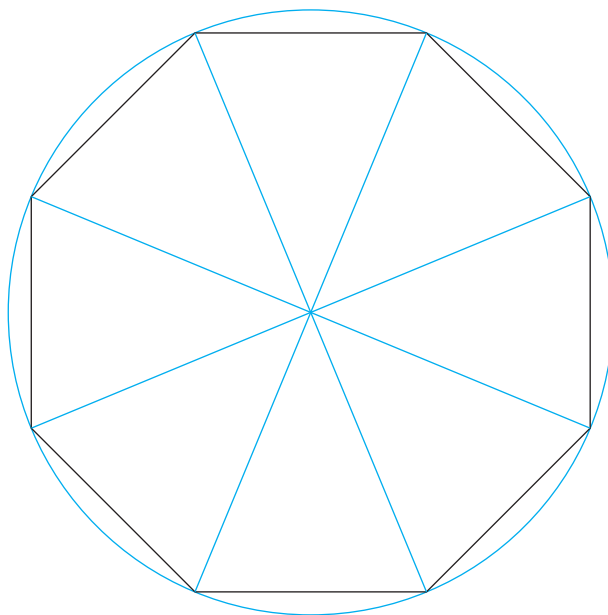


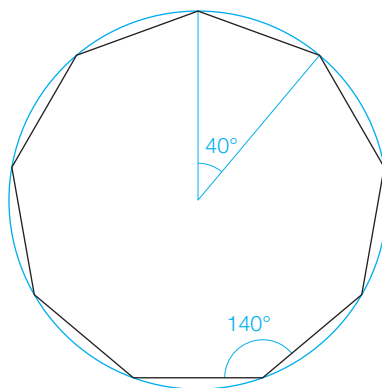
QSJp117

1.



2. Le triangle ABC est isocèle en C : $\alpha = \beta = 55^\circ$
 $DEFG$ est un parallélogramme: $\delta = 110^\circ$
 $\varepsilon = 70^\circ$
3. Non, car comme $\widehat{HJI} = 25^\circ$, l'angle en H n'est pas droit puisque $\widehat{IHJ} = 85^\circ$
4. b est la bissectrice de \widehat{ABC} : $\widehat{GBE} = 40^\circ$ et $\widehat{ABC} = 80^\circ$
 m est la médiatrice du segment AC : le triangle CFG est rectangle en F
 Triangle CFG : $\widehat{FCG} = 30^\circ = \widehat{ACB}$
 Triangle ABC : $\alpha = 70^\circ$
 Triangle BGE : $\widehat{BGE} = 120^\circ$
 $\varepsilon = 20^\circ$

ES1 Ennéagone



Corrigé

ES2 Chaînon logiques

- a) $ABCD$ est un trapèze isocèle: $\widehat{BCD} = 122^\circ$
 $\beta = 58^\circ$
- b) $EFGH$ est un losange: $\gamma = 80^\circ$
- c) Triangle PYZ : $\widehat{PZY} = 45^\circ$
 ZP est la bissectrice de \widehat{XZY} : $\widehat{XZY} = 90^\circ$
 Triangle XYZ : $\delta = 60^\circ$

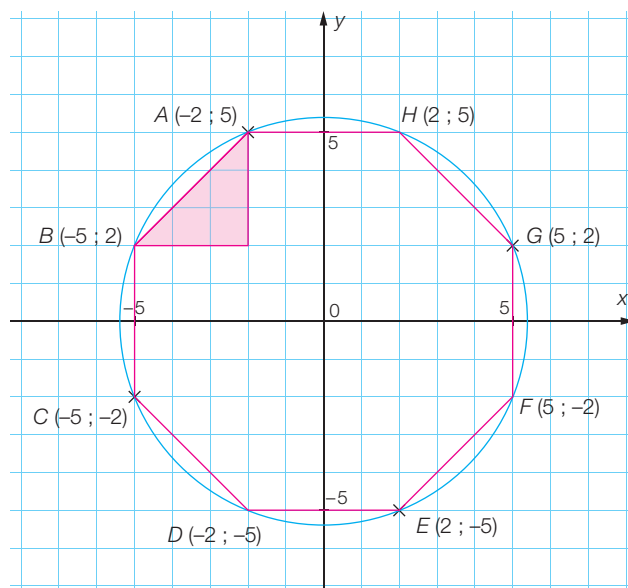
Corrigé

ES3 Calculs d'angles

- a) Triangle ABC : $\widehat{ACB} = 43^\circ$
- b) Le triangle PQR est isocèle en R : $\widehat{PRQ} = 106^\circ$
 Angles supplémentaires: $\widehat{PRS} = 74^\circ$
 Le triangle PRS est isocèle en R : $\widehat{PSR} = 53^\circ$
- c) Angles supplémentaires: $\widehat{FGH} = 122^\circ$
 $EFGH$ est un parallélogramme: $\widehat{HEF} = 122^\circ$
 $\widehat{EFG} = 58^\circ$
- d) OQ hauteur, triangle OPQ : $\widehat{OPQ} = 60^\circ$ donc $\widehat{OPN} = 44^\circ$
 PN hauteur, triangle OPN : $\widehat{NOP} = 46^\circ = \widehat{MOP}$
 Triangle MOP : $\widehat{OMP} = 74^\circ$
- e) Le triangle BCD est isocèle en B : $\widehat{BDC} = \widehat{BCD} = 43^\circ$
 Angles supplémentaires: $\widehat{ABC} = 86^\circ$
 Le triangle ABC est isocèle en B : $\widehat{ACB} = 47^\circ$
 donc $\widehat{ACD} = 90^\circ$
 Donc $ACDE$ est un rectangle: $\widehat{EAC} = \widehat{AED} = 90^\circ$
- f) Triangle ABC rectangle et isocèle en A : $\widehat{ABC} = 45^\circ$
 Angles supplémentaires: $\lambda = 135^\circ$

ES4 Octogone régulier?

a)



b) L'octogone n'est pas régulier, car $AH = 4$ et $AB = \sqrt{18} \approx 4,24$ (théorème de Pythagore)

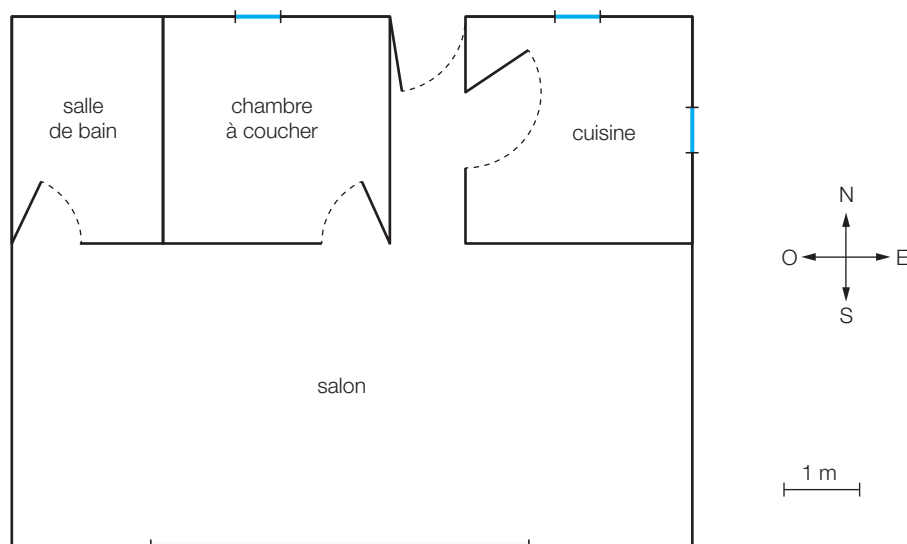
ES5 A louer

La position des fenêtres par rapport aux murs n'est pas déterminée.

La largeur de l'entrée de la cuisine non plus.

On pourrait inverser les positions de la chambre à coucher et de la salle de bain.

Par exemple :



ES6 Etape par étape

Par exemple :

- a) Tracer $c(O ; r)$ et BE un de ses diamètres.

Tracer $c'(B ; r)$, il coupe c en A et C .

Tracer $c''(E ; r)$, il coupe c en D (sur le même arc \widehat{BE} que C) et F .

Tracer l'hexagone régulier $ABCDEF$.

- b) Tracer $c(O ; r)$, ainsi que deux diamètres perpendiculaires AE et CG .

Tracer $c'(C ; r)$ et $c''(A ; r)$. Ils se coupent en O et P .

La droite OP coupe c en B et F (avec B sur le petit arc \widehat{AC}).

Tracer la perpendiculaire à AE passant par B . Elle coupe c en B et H .

Tracer la droite HO . Elle recoupe c en D .

Tracer l'octogone régulier $ABCDEFGH$.

- c) Tracer $c(K ; r)$.

Tracer deux diamètres perpendiculaires EG et MI .

Tracer $c_1(I ; r)$, il coupe c en H et J . La droite HJ coupe MI en L .

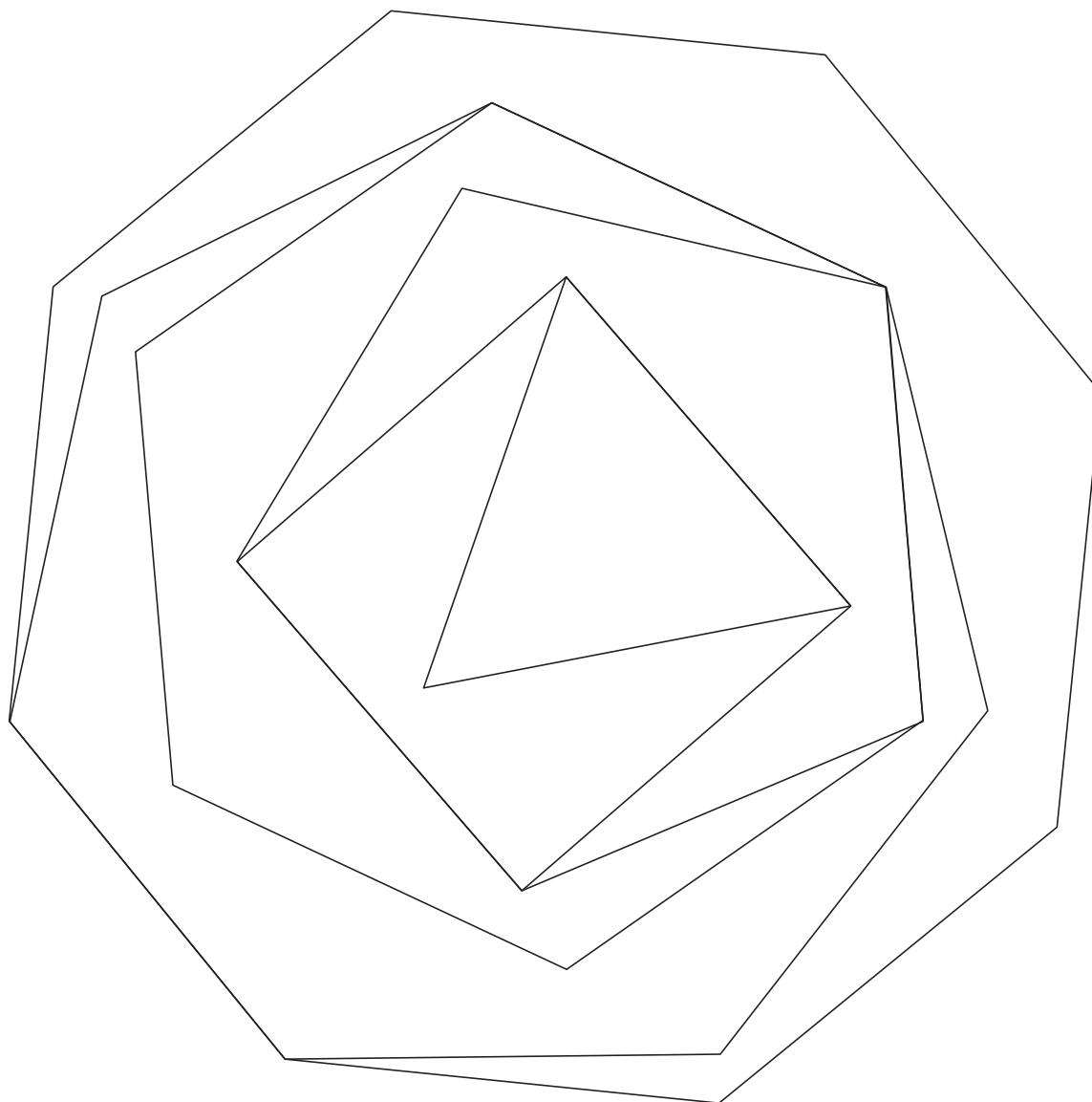
Tracer $c_2(L ; LE)$, il coupe le segment MI en F .

Tracer $c_3(E ; EF)$, il coupe c en A et D .

Tracer $c_4(A ; AE)$, il coupe c en B et E .

Tracer $c_5(D ; DE)$, il coupe c en C et E .

Tracer le pentagone régulier $ABCDE$.

ES7 Clin d'œil à un artiste : Max Bill

ES8 Côtés isométriques

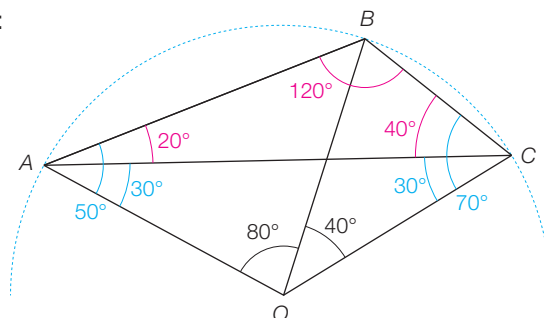
Les triangles OAB , OAC et OBC sont isocèles en O . Donc :

$$\widehat{OAB} = 50^\circ, \widehat{OAC} = \widehat{OCA} = 30^\circ \text{ et } \widehat{OCB} = 70^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 20^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 40^\circ$$

$$\widehat{ABC} = 120^\circ$$



ES9 Sécante

Aline a raison : 1 et 3 2 et 4 5 et 7 6 et 8

Marine a raison : 1 et 2 2 et 3 3 et 4 1 et 4

5 et 6 6 et 7 7 et 8 5 et 8

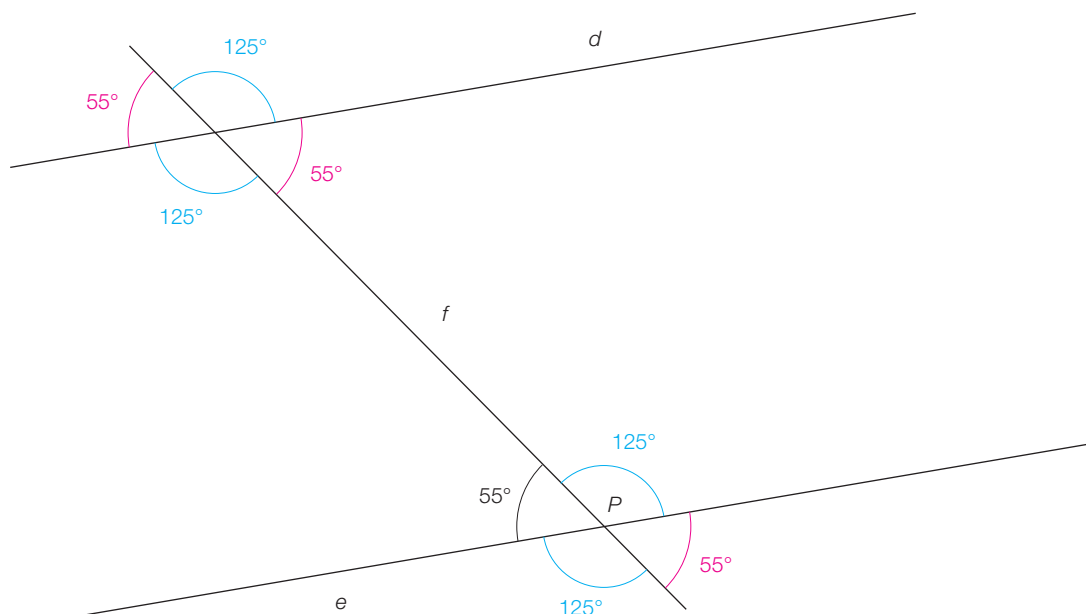
Seema a raison : 1 et 5 2 et 6 3 et 7 4 et 8

Barbara a raison : angles alternes-internes 2 et 8 3 et 5

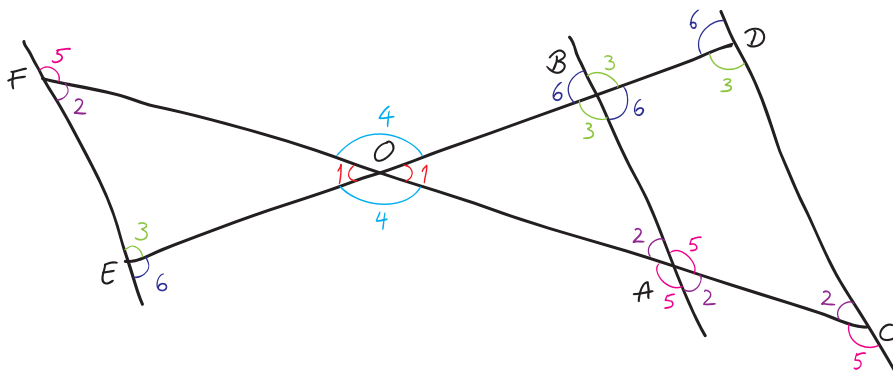
angles alternes-externes 1 et 7 4 et 6

Sylvia a tort ; seul compte le parallélisme de m et n , pour autant que o reste sécante.

ES10 Angles et droites



ES11 Isométrie d'angles



ES12 α et β

$\alpha = 48^\circ$ (angles opposés par le sommet)

$\beta = 132^\circ$ (angle correspondant à l'angle supplémentaire de 48°)

ES13 Discussion autour d'un angle

Alex a raison. Bertrand a tort (le triangle ABC n'est pas isocèle). Carlos a raison.

ES14 De quel type ?

Comme $AB \parallel TU$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (angles alternes-internes)

$\widehat{CTU} = 60^\circ$ (angles supplémentaires), donc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ (angles correspondants).

Le triangle ABC est équilatéral.

ES15 Perpendiculaire ou non ?

$\widehat{CDE} = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$ (angles supplémentaires)

Dans le triangle CDE , $\widehat{DCE} = 19^\circ$

$\widehat{ACB} = 19^\circ$ (angles opposés par le sommet)

Dans le triangle ABC , $\widehat{BAC} = 90^\circ$

AB et AE sont perpendiculaires.

ES16 Parallèles ?

Les angles supplémentaires à 136° sont les images de l'angle de 44° par une translation ou une symétrie centrale. e et f sont donc parallèles.

ES17 Haute tension

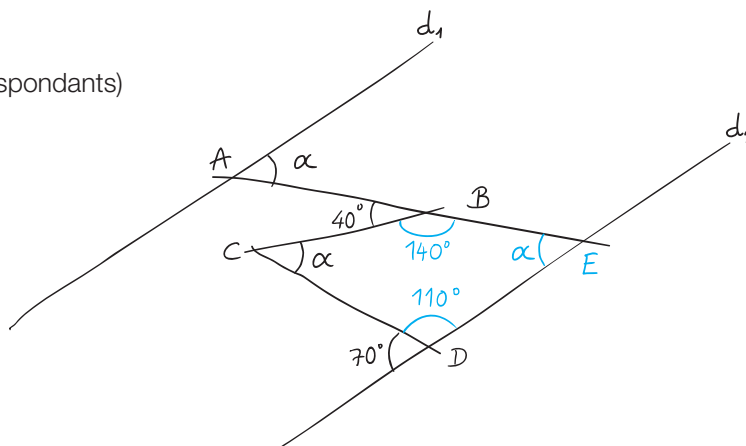
La droite AB coupe d_2 en E .

$$\widehat{AED} = \widehat{BED} = \alpha \text{ (} d_1 \parallel d_2, \text{ angles correspondants)}$$

$$\widehat{CBE} = 140^\circ \text{ (angles supplémentaires)}$$

$$\widehat{CDE} = 110^\circ \text{ (angles supplémentaires)}$$

$$\text{Ainsi, } \alpha = 55^\circ$$



ES18 Angles inscrits et angles au centre

- a) Un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés coupent le cercle.
- b) Un angle au centre est un angle dont le sommet est le centre du cercle.
- c) Angles inscrits interceptant l'arc \widehat{ED} : \widehat{DBE} , \widehat{DCE} et \widehat{DFE} .
Angles inscrits interceptant l'arc \widehat{BF} : \widehat{BDF} et \widehat{BEF} .

ES19 Quel angle de vue ?

- a) La mesure de l'angle α est la moitié de celle de β .
Si S' est sur le même arc \widehat{AB} que S , l'angle au centre reste le même et $\alpha' = \alpha$.
Si S' est sur l'autre arc \widehat{AB} , $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ et $\beta' = 360^\circ - \beta$.
- b) Par exemple :
- La mesure d'un angle inscrit est la moitié de celle de l'angle au centre interceptant le même arc de cercle.
 - Deux angles inscrits interceptant le même arc de cercle sont isométriques.
 - Dans un quadrilatère inscrit, les angles opposés sont supplémentaires.

ES20 Théorème de l'angle inscrit

- a) Le triangle ABO est isocèle en O : $\widehat{AOB} = 180^\circ - 2\alpha$
 Angles supplémentaires: $\widehat{BOC} = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$
- b) Tracer un diamètre AD , il détermine deux angles inscrits α_1 et α_2 , avec $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.
 En appliquant a), on a: $\widehat{BOC} = \widehat{COD} + \widehat{BOD} = 2\alpha$
- c) Tracer un diamètre AD , il détermine deux angles inscrits α_1 et α_2 , avec $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$.
 En appliquant a), on a: $\widehat{BOC} = \widehat{COD} - \widehat{BOD} = 2\alpha$

ES21 Cercles et angles

1. Application du théorème de l'angle inscrit:
- a) $\alpha = 65^\circ$
- b) $\widehat{BOC} = 360^\circ - 238^\circ = 122^\circ$, donc $\alpha = 61^\circ$
- c) $\widehat{ADB} = 32,5^\circ = \alpha$
2. $\widehat{BDC} = \widehat{BEC}$ (interceptent le même arc \widehat{BC})
 $\widehat{BDF} = \widehat{BEF}$ (interceptent le même arc \widehat{BF})
 $\widehat{CED} = \widehat{CFD}$ (interceptent le même arc \widehat{CD})
 $\widehat{CDF} = \widehat{CEF}$ (interceptent le même arc \widehat{CF})
 $\widehat{DBE} = \widehat{DCE} = \widehat{DFE}$ (interceptent le même arc \widehat{DE})
 $\widehat{ECF} = \widehat{EDF}$ (interceptent le même arc \widehat{EF})

ES22 Dédutions dans un cercle

Dans le triangle ABD : $\widehat{ABD} = 71^\circ$
 Théorème de l'angle inscrit: $\widehat{ACD} = 71^\circ$

ES23 Isométriques ?

Paires d'angles inscrits isométriques par le théorème de l'angle inscrit :

$$\widehat{VTW} = \widehat{VUW}$$

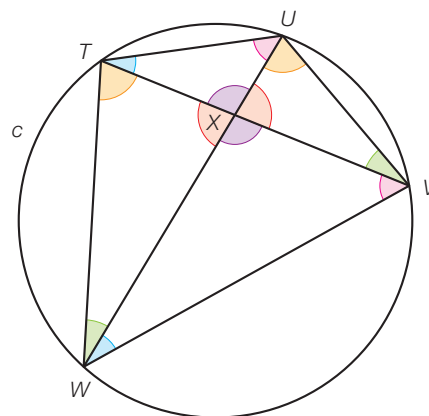
$$\widehat{UTV} = \widehat{UWV}$$

$$\widehat{TUW} = \widehat{TVW}$$

$$\widehat{TVU} = \widehat{TWU}$$

Si les diagonales se coupent en X , paires d'angles isométriques car opposés par le sommet :

$$\widehat{TXW} = \widehat{UXV} \text{ et } \widehat{TXU} = \widehat{VXW}$$



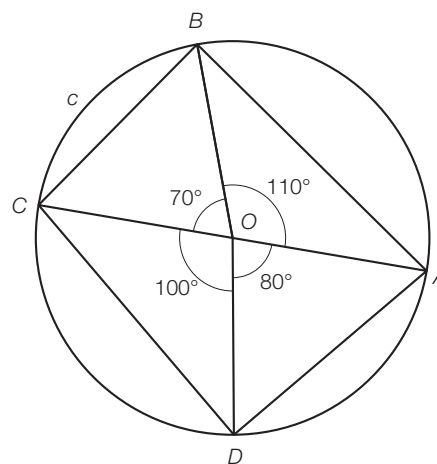
ES24 Quadrilatère inscrit

Tous les angles du quadrilatère $ABCD$ sont des angles inscrits. Il suffit de considérer chaque fois l'angle au centre correspondant et d'appliquer le théorème de l'angle inscrit.

$$\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$$

$$\widehat{BCD} = 95^\circ$$

$$\widehat{BAD} = 85^\circ$$



ES25 Cercles et polygones

- a) Le triangle OAB est isocèle en O : $\widehat{ABO} = 40^\circ = \widehat{BAO}$
 Théorème de l'angle inscrit : $\alpha = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$
- b) $\widehat{BOC} = 180^\circ$, théorème de l'angle inscrit : $\widehat{BAC} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$
 Dans le triangle ABC : $\alpha = 55^\circ$
- c) Théorème de l'angle inscrit : $\widehat{ADB} = 30^\circ$
 Dans le triangle BCF : $\widehat{CBF} = 60^\circ$
 Angles supplémentaires : $\widehat{DBE} = 120^\circ$
 Dans le triangle DBE : $\alpha = 30^\circ$
- d) $\widehat{BOD} = 180^\circ$, théorème de l'angle inscrit : $\widehat{BAD} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$
 Dans le triangle ABD : $\widehat{ADB} = 58^\circ$
 Théorème de l'angle inscrit : $\alpha = 58^\circ$

ES26 Angles et polygones

α , β et γ sont des angles inscrits dans le cercle circonscrit au polygone régulier. Il suffit de considérer chaque fois l'angle au centre correspondant et d'appliquer le théorème de l'angle inscrit :
 $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 22,5^\circ$ et $\gamma = 36^\circ$.

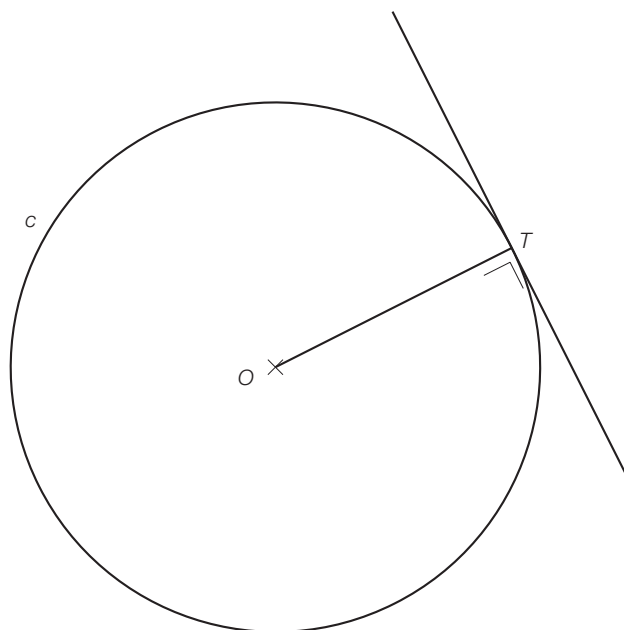
δ appartient à un triangle isocèle dont les deux autres angles sont isométriques à γ , donc $\delta = 108^\circ$.

ES27 Où est-il ?

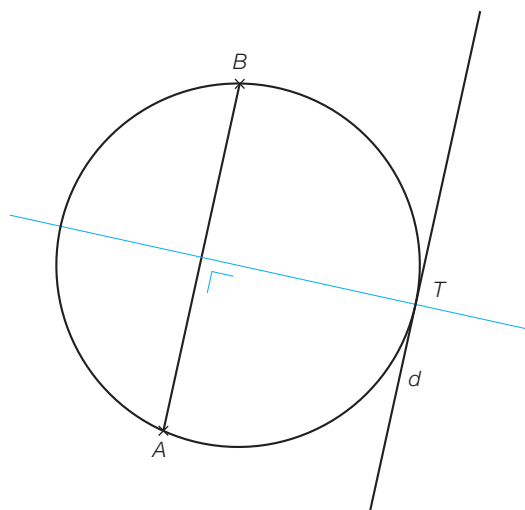
Sur une portion du cercle de centre O et passant par A et B (plus précisément sur l'arc qui n'intercepte pas \widehat{AOB}) ou sur son symétrique par rapport à AB , ce qui correspond à un double arc capable.

ES28 Super position !

- a) Quand R et S sont confondus.
- b) t est la perpendiculaire au rayon OA passant par A .

ES29 Point de tangence**ES30 Cercle tangent**

La médiatrice du segment AB coupe d en T . Le cercle cherché est le cercle circonscrit au triangle ABT .



Corrigé

ES31 Pas n'importe quel cercle

$$\widehat{APB} = \widehat{AQB} = \widehat{ARB} = 90^\circ$$

Par exemple, pour \widehat{ARB} , si $\widehat{BAR} = \alpha$.

Le triangle OAR est isocèle en O :

$$\widehat{ARO} = \alpha \text{ et } \widehat{AOR} = 180^\circ - 2\alpha$$

Angles supplémentaires :

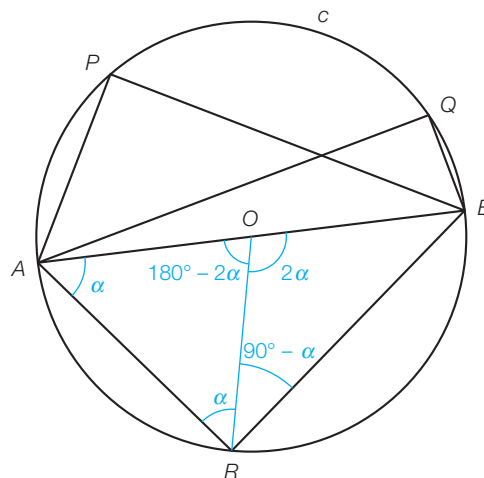
$$\widehat{BOR} = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$$

Le triangle OBR est isocèle en O :

$$\widehat{BRO} = (180^\circ - 2\alpha) : 2 = 90^\circ - \alpha$$

$$\text{Ainsi } \widehat{ARB} = \alpha + 90^\circ - \alpha = 90^\circ$$

Pour tout point C sur le cercle, le triangle ABC est rectangle en C .



Corrigé

ES32 J'affirme !

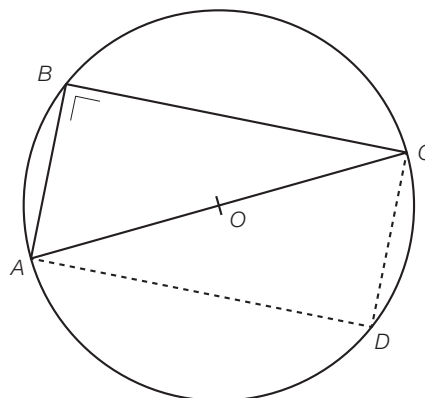
Les deux affirmations sont correctes.

- a) Un triangle rectangle est un demi-rectangle.

Le rectangle et le triangle rectangle ont le même cercle circonscrit.

Donc son centre est au milieu de l'hypoténuse.

- b) Conséquence de a), car la médiane issue de l'angle droit est un rayon du cercle circonscrit.



Corrigé

ES33 Le type d'ABD

D est le milieu de l'hypoténuse, il est donc le centre du cercle circonscrit du triangle ABC .

Donc $AD = BD = CD$. Le triangle ABD est isocèle en D .

Corrigé

ES34 Le type d'ABC

A se trouve sur le cercle de Thalès du segment BC . Donc le triangle ABC est rectangle en A .

Corrigé

ES35 Dans un cercle

C se trouve sur le cercle de Thalès du segment AB . Donc le triangle ABC est rectangle en C et $\alpha = 53^\circ$.

ES36 Dans un demi-cercle

Dans le triangle BEF , $\widehat{BFE} = 90^\circ$:

$$\widehat{EBF} = 20^\circ$$

g est le demi-cercle de Thalès du segment AB :

$$\widehat{ACB} = 90^\circ$$

Dans le triangle ABC :

$$\alpha = 70^\circ$$

ES37 Propriétés multiples

$ABCD$ est un parallélogramme :

$$\widehat{BDC} = 53^\circ$$

Angles opposés par le sommet :

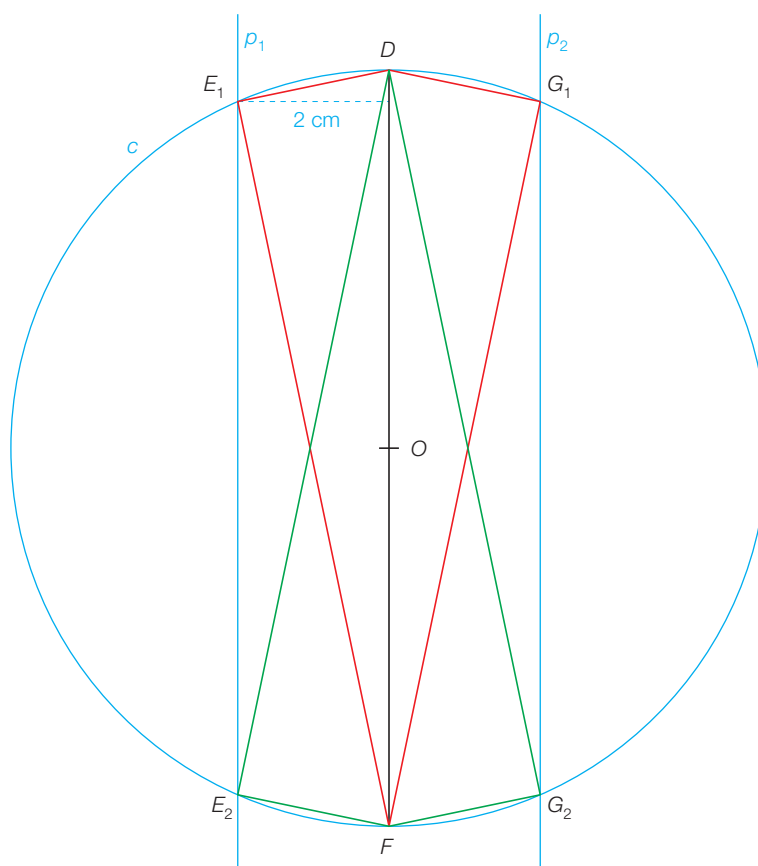
$$\widehat{ECF} = 53^\circ$$

Cercle de Thalès du segment CF :

$$\widehat{CEF} = 90^\circ$$

Dans le triangle CEF :

$$\alpha = 37^\circ$$

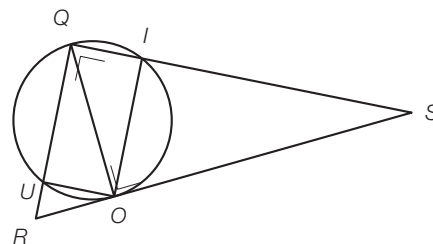
ES38 Cerf-volant

ES39 Quoi ?

I et U appartenant au cercle de Thalès du segment QO , on a :

$$\widehat{QIO} = \widehat{QUO} = 90^\circ.$$

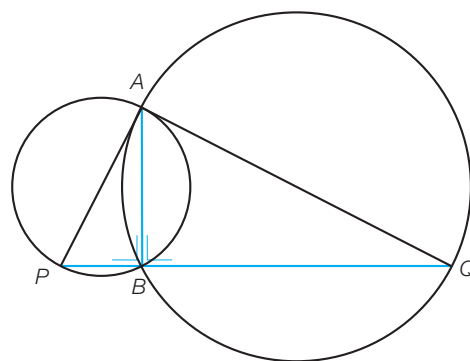
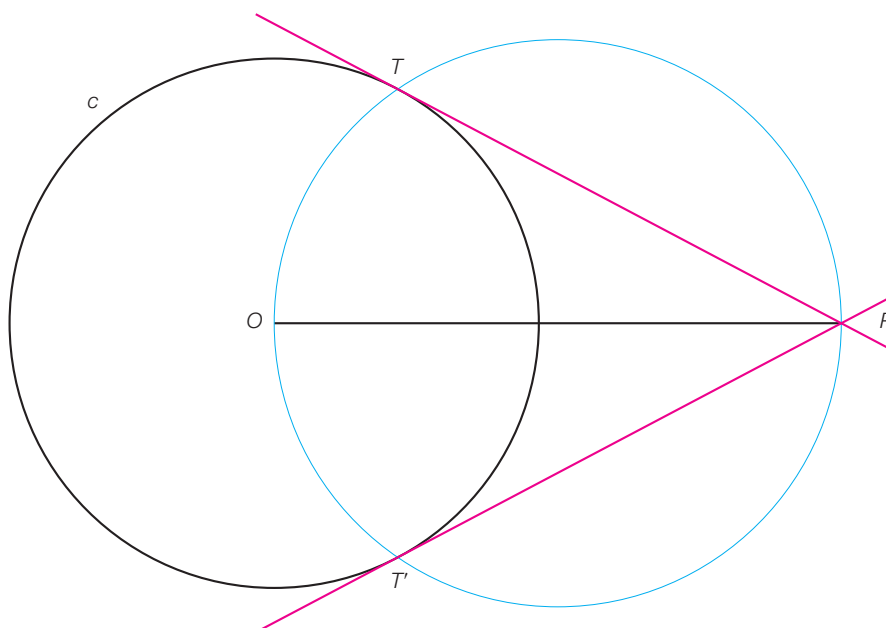
$QUOI$ est un quadrilatère possédant trois angles droits, c'est donc un rectangle.

**ES40 Surprise**

P , B et Q sont alignés.

En effet, les deux cercles sont les cercles de Thalès des segments AP et AQ , donc

$$\widehat{ABP} = \widehat{ABQ} = 90^\circ \text{ et } \widehat{PBQ} = 180^\circ.$$

**ES41 Des tangentes**

Corrigé

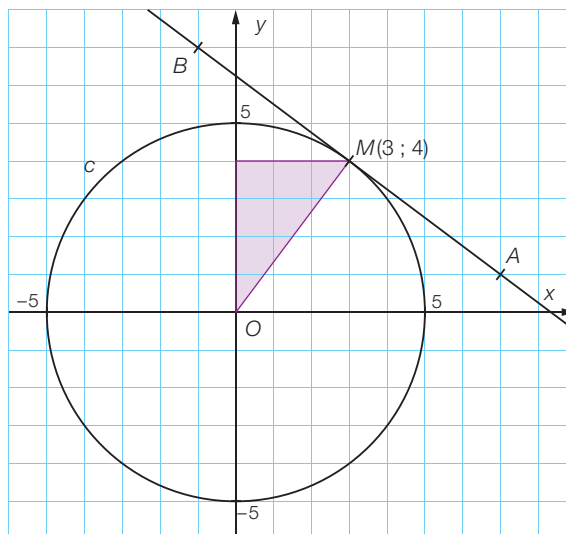
ES42 Tangente au cercle ?

L'observation sur la figure semble le montrer.

M appartient au cercle, car $OM = 5$
(théorème de Pythagore).

M est sur AB et $OM \perp AB$,
car $\widehat{OMA} = \widehat{OMB} = 90^\circ$
(réciproque du théorème de Pythagore).

$M(3 ; 4)$ est donc le point de tangence.



Corrigé

ES43 La preuve !

$BCDE$ est un parallélogramme : $\widehat{DEF} = 73^\circ$

$AC \parallel DE$, angles alternes-internes : $\widehat{EDF} = 56^\circ$

Dans le triangle DEF : $\alpha = 51^\circ$

Corrigé

ES44 Que vaut α ?

Cercle de Thalès du segment RU : $\widehat{RSU} = 90^\circ$

Dans le triangle RSU : $\widehat{RUS} = 47^\circ$

Théorème de l'angle inscrit : $\alpha = 47^\circ$

Corrigé

ES45 $AB = AC$?

Dans le triangle BDE : $\widehat{DBE} = 66^\circ$

Angles opposés par le sommet : $\widehat{ABC} = 66^\circ$

$FG \parallel BC$, angles correspondants : $\widehat{ACB} = 66^\circ$

Le triangle ABC a deux angles isométriques, il est donc isocèle en A : AB et AC sont isométriques.

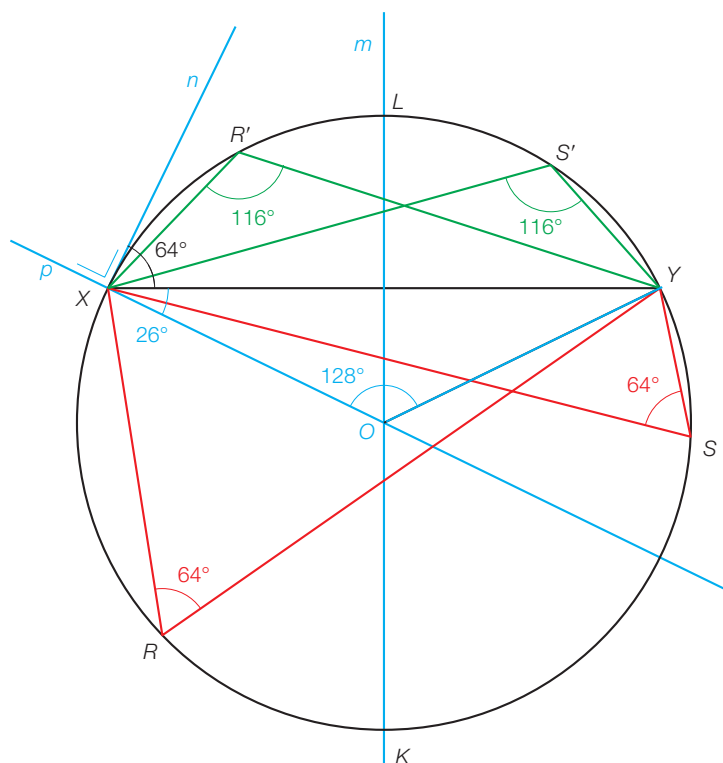
Corrigé

ES46 Alignés ?

B , C et D ne sont pas alignés.

$\widehat{ACD} = 90^\circ$, $\widehat{CAD} = 46,4^\circ$, $\widehat{BAC} = 55,6^\circ$, $\widehat{ACB} = 88,9^\circ$ et $\widehat{BCD} = 178,9^\circ$.

ES47 Calculs de mesures



p et n sont perpendiculaires: $\widehat{OXY} = 26^\circ$

Le triangle XOY est isocèle en O: $\widehat{XOY} = 128^\circ$

Si K appartient au grand arc \widehat{XY} , $\widehat{XRY} = \widehat{XSY} = 64^\circ$, car leur angle au centre mesure 128° .

Si K appartient au petit arc \widehat{XY} , $\widehat{XR'Y} = \widehat{XS'Y} = 116^\circ$, car leur angle au centre mesure 232° .

Corrigé

ES48 Quelconque?

$\widehat{BAM} = 48^\circ$ donc le triangle BAM est isocèle en M et $MA = MB = MC$.

A est sur le cercle de Thalès du segment BC , donc $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

Le triangle ABC est rectangle en A .

Corrigé

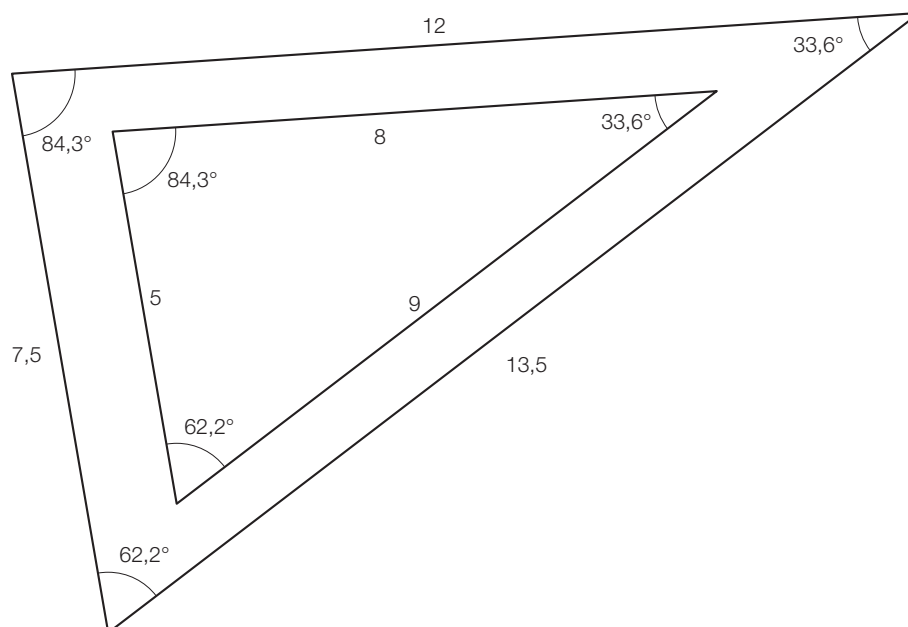
ES49 Semblables ou non?

Deux triangles sont semblables s'ils ont

- un angle isométrique compris entre deux côtés respectivement proportionnels;
- ou deux angles respectivement isométriques;
- ou s'ils ont les trois côtés respectivement proportionnels.

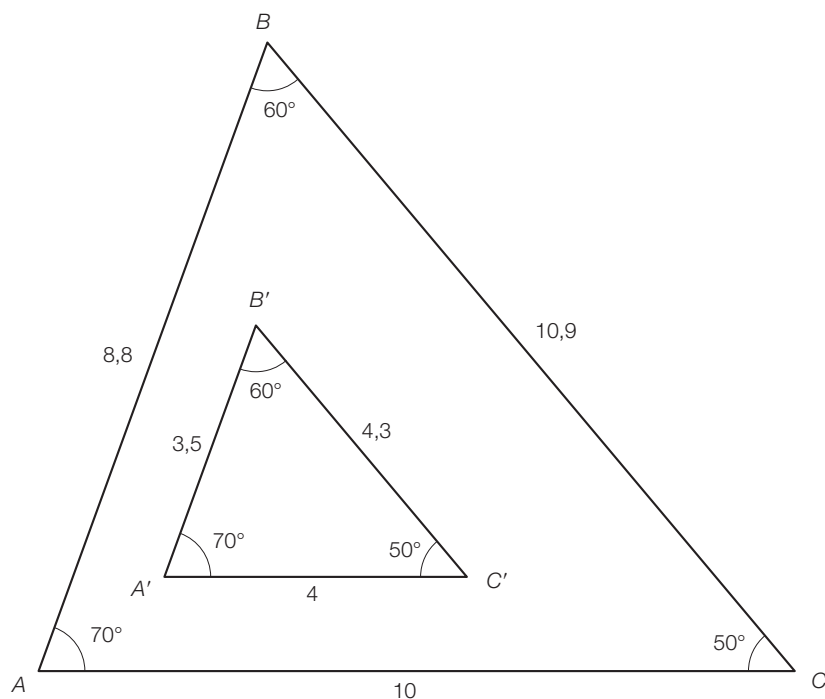
ES50 Toujours semblables ?

- a) Les angles des deux triangles sont respectivement isométriques.



- b) Dans les deux triangles, les rapports de côtés correspondants sont très proches, seraient égaux sans les questions d'imprécision de la construction ou de la mesure.

Par exemple :



- c) Les trois rapports devraient être égaux.

ES51 Trois triangles

Les triangles ABC , ABH et ACH sont semblables, car ils ont les mêmes angles (90° , β et $90^\circ - \beta$).

ES52 Tri

a et c sont semblables, e et f sont semblables.

Ils ont tous un angle de 45° , les rapports des côtés de cet angle valent :

a) $2,8 : \sqrt{2,88} = \frac{7\sqrt{2}}{6} \approx 1,650$

b) $5,2 : \sqrt{8} = \frac{13\sqrt{2}}{10} \approx 1,838$

c) $4,2 : \sqrt{6,48} = \frac{7\sqrt{2}}{6} \approx 1,650$

d) $3,5 : 2,12 = \frac{175}{106} \approx 1,651$

e) $3,6 : \sqrt{2,88} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2,121$

f) $1,2 : \sqrt{0,32} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2,121$

Les mesures peuvent également être approchées par la mesure sur figure après construction.

ES53 Diagonales d'un trapèze

Les triangles AED et CEB sont semblables (angles opposés par le sommet, $AD \parallel BC$ et angles alternes-internes).

ES54 Encore des diagonales

Les triangles AED et CEB sont semblables (angles opposés par le sommet, $AD \parallel BC$ et angles alternes-internes).

Les triangles ABD , EBA et EAD sont semblables, car ils ont les mêmes angles.

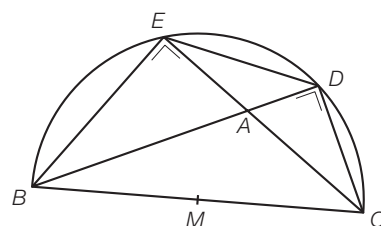
Les triangles BCA , EBA et ECB sont semblables, car ils ont les mêmes angles.

Donc finalement les triangles ABD , EBA , EAD , BCA et ECB sont semblables.

ES55 Voilà la question !

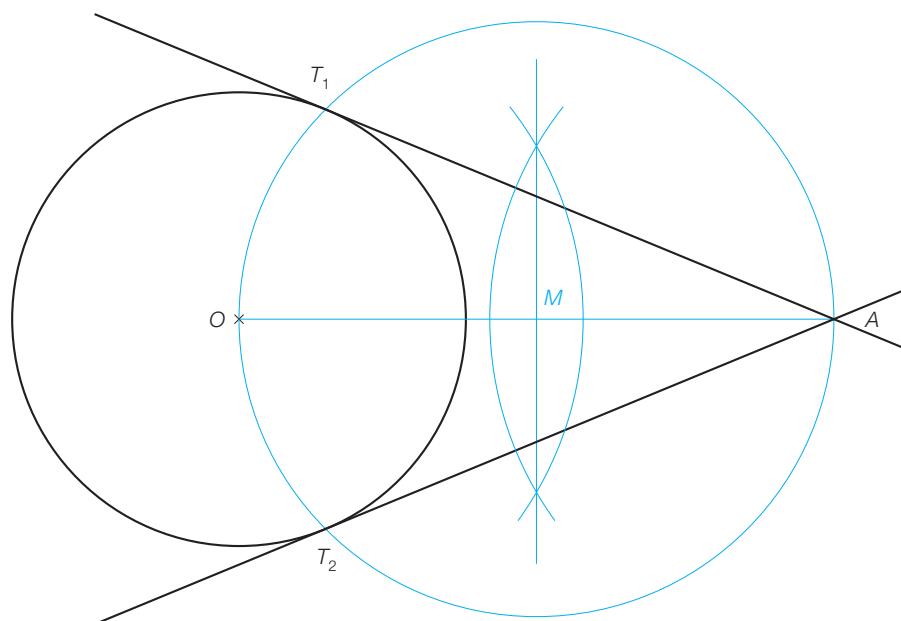
a) Les triangles BAE et CAD sont semblables (angles droits, angles opposés par le sommet).

b) D et E appartiennent au cercle de Thalès du segment BC .
Les triangles ABC et ADE sont semblables (théorème de l'angle inscrit et angles opposés par le sommet).



FLPp127

1. Par exemple :



2. \widehat{CAD} est un angle inscrit interceptant le même arc que \widehat{CBD} , donc $\widehat{CAD} = 46^\circ$.
 \widehat{BAD} est un angle inscrit ayant comme angle au centre un angle plat, donc $\widehat{BAD} = 90^\circ$.
 $\widehat{BAC} = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$ (angles adjacents) ;
 $\widehat{ABC} = 50^\circ + 46^\circ = 96^\circ$ (angles adjacents).
 La somme des angles du triangle ABC est 180° , donc $\widehat{BCA} = 180^\circ - 96^\circ - 44^\circ = 40^\circ$.
3. **Figure 1 :** le triangle ABC est équilatéral, donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 60^\circ$ et
 $\widehat{DCE} = 60^\circ + 35^\circ = 95^\circ$ (angles adjacents).
 DE et AB sont parallèles, \widehat{ABC} et \widehat{CED} sont correspondants, donc $\widehat{CED} = 60^\circ$.
 La somme des angles du triangle CDE est 180° , donc $\delta = 180^\circ - 60^\circ - 95^\circ = 25^\circ$.
- Figure 2 :** δ est un angle inscrit interceptant le même arc que l'angle au centre \widehat{BOC} ,
 donc $\delta = 110^\circ : 2 = 55^\circ$.
4. \widehat{ADB} et \widehat{ACB} sont deux angles inscrits interceptant le même arc, donc $\widehat{ACB} = 55^\circ$.
 \widehat{BAC} est un angle inscrit, il intercepte le même arc que l'angle au centre \widehat{BOC} ,
 donc $\widehat{BAC} = 140^\circ : 2 = 70^\circ$.
 La somme des angles du triangle ABC est 180° , donc $\widehat{ABC} = 180^\circ - 70^\circ - 55^\circ = 55^\circ$.
 Le triangle ABC a deux angles isométriques, donc il est isocèle.
5. Les triangles ABC et IGH ont leurs côtés respectivement proportionnels, donc ils sont semblables.
 Les triangles ABC et FDE ont leurs angles respectivement isométriques, donc ils sont semblables.
 Les triangles ABC , IGH et FDE sont semblables. Le triangle JKL n'est pas semblable aux trois autres.