

GM121 Du cylindre au cône

Intentions

- Introduire la formule du calcul du volume d'un cône.

Eléments d'analyse a priori

Question **a)** : il faut, dans un premier temps, calculer les rayons des différents cylindres. La configuration de Thalès permet de guider les élèves vers l'utilisation de ce théorème pour calculer ces longueurs.

Question **c)** : si on en reste à quatre tranches, on obtient un encadrement assez éloigné du volume exact.

Compléments mathématiques

Pour obtenir une plus grande précision, il s'agit d'affiner le résultat en choisissant un encadrement plus étroit avec, par exemple, 10 ou 20 tranches.

Dans ce cas, on obtient :

$$4 \pi (1^2 + 2^2 + \dots + 19^2) < V < 4 \pi (1^2 + 2^2 + \dots + 19^2 + 20^2).$$

L'enseignant pourra fournir aux élèves la formule donnant la somme des n premiers carrés des nombres naturels, à savoir : $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ⁽¹⁾ et leur demander de l'appliquer à la situation.

On obtient : $4 \pi 2470 < V < 4 \pi 2870$

$$9880 \pi < V < 11480 \pi$$

Le volume du cylindre droit étant égal à $32\,000 \pi$, on induit alors assez naturellement que le volume du cône vaut le tiers de celui du cylindre. Cette manière de faire offre l'occasion de parler de « passage à la limite » avec les élèves de fin de scolarité.

⁽¹⁾ Il est possible de faire le lien avec l'activité 11^e **FA183 Sacrées formules !**.

Gestion de la classe

Pour aider les élèves à donner du sens à la formule du calcul du volume d'un cône, on peut aussi passer par le volume d'une pyramide régulière dont la base a un nombre de côtés qui tend vers l'infini.

A l'issue de cette activité, il est possible d'institutionnaliser la formule du calcul du volume d'un cône (*Aide-mémoire*, p. 126). Les élèves ont ensuite la possibilité de s'entraîner à utiliser cette formule avec les activités **GM122 Pop-corn** et **GM123 Volume identique ?**.