

GM181 Le carré tournant

Intentions

- Modéliser une situation en calculant l'aire d'un quadrilatère (Réinvestissement).

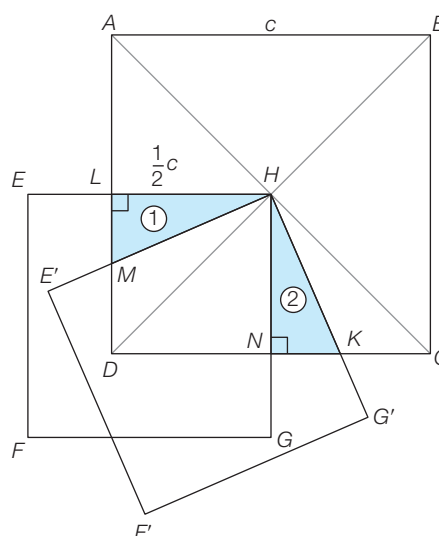
Éléments d'analyse a priori

Spontanément, les élèves pensent qu'il manque une donnée : on ne connaît pas la dimension de $EFGH$. Cette question renvoie au fait que les élèves pensent que l'aire du domaine coloré est fonction de la dimension du carré.

La stratégie consiste ici à calculer l'aire dans un cas particulier « simple ». Ici, c'est le cas où les côtés EH et AB sont perpendiculaires. Dans ce cas, l'aire de la surface colorée est simple à calculer ; c'est en effet un carré de côté $\frac{1}{2}c$ (c est la mesure du côté du carré $ABCD$). Pour cela, on s'appuie sur les propriétés suivantes :

- un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle ;
- un rectangle qui a deux côtés consécutifs isométriques est un carré ;
- segment moyen dans un triangle ou le théorème de Thalès pour prouver que $HL = \frac{1}{2}c$.

Que se passe-t-il si on s'écarte de cette position ? En traçant un second carré $EFGH$ décalé par rapport au précédent, on constate que la nouvelle surface colorée a été diminuée du triangle rectangle HLM et augmentée du triangle rectangle HNK . Or, ces deux triangles rectangles sont isométriques d'après le 1^{er} cas d'isométrie des triangles (*Aide-mémoire*, p. 86). En effet, $HL = HN = \frac{1}{2}c$, les angles \widehat{L} et \widehat{N} sont droits ; de plus : $\widehat{LHM} = 90^\circ - \widehat{MHN}$ et $\widehat{NHK} = 90^\circ - \widehat{MHN}$, donc $\widehat{LHM} = \widehat{NHK}$.



Gestion de la classe

Si les élèves sont bloqués, l'enseignant peut leur proposer de tracer une figure dans laquelle $EFGH$ est dans une position qui permet de calculer simplement l'aire colorée.

Il est également possible d'inviter les élèves à émettre des conjectures en utilisant un logiciel de géométrie dynamique (l'aire de la surface colorée est constante quelle que soit la position du carré $EFGH$ et quelles que soient ses dimensions).

Liens

SITES INTERNET

→ maths.friportail.ch → GM181 GeoGebra → <http://goo.gl/nZmdLE>