

GM172 Aire maximale

Les trois triangles ont la même base (BC). Ils ont leur sommet sur une droite parallèle à cette base et ont donc la même hauteur relativement à cette base.

Ils ont donc les trois la même aire.

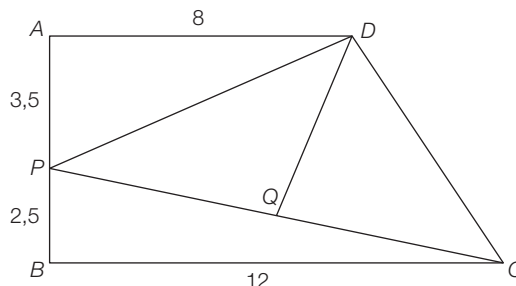
GM173 La plus grande aire

$$A_{APD} = \frac{AD \cdot AP}{2} = 14 \text{ cm}^2$$

$$A_{PBC} = \frac{BC \cdot BP}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

$$A_{DPQ} = A_{DQC} = \frac{A_{ABCD} - A_{APD} - A_{PBC}}{2} = 15,5 \text{ cm}^2$$

Les deux triangles DPQ et DQC ont la plus grande aire.



GM174 Les théorèmes métriques

Les trois triangles ABC , ABH et ACH ont chacun un angle droit.

Deux à deux, ils ont un angle aigu en commun.

Ces trois triangles sont donc semblables.

Côtés correspondants		
Triangle ABC	Triangle ABH	Triangle ACH
AB	BH	AH
AC	AH	CH
BC	AB	AC

En écrivant les rapports de similitude entre les triangles ABH et ACH , on peut obtenir :

$$\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH \quad (\text{Théorème de la hauteur})$$

En écrivant les rapports de similitude entre les triangles ABC et ABH ,

puis entre les triangles ABC et ACH , on peut obtenir :

$$\frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC \quad \text{et} \quad \frac{AC}{CH} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC^2 = CH \cdot BC \quad (\text{Théorème d'Euclide})$$

En regroupant ces deux expressions :

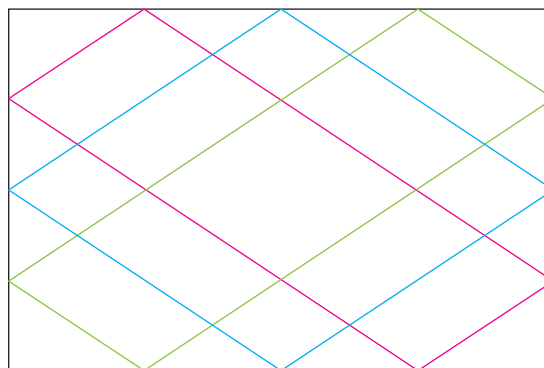
$$AB^2 + AC^2 = BH \cdot BC + CH \cdot BC = (BH + CH) BC = BC^2 \quad (\text{Théorème de Pythagore})$$

GM175 Que des triangles semblables

	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
BC (cm)	17	169	4	13
AB (cm)	15	156	2	~10,8
AC (cm)	8	65	~3,5	~7,2
CH (cm)	~3,8	25	3	4
BH (cm)	~13,2	144	1	9
AH (cm)	~7,1	60	~1,7	6

GM176 Quadrillage

Construction complétée, voir ci-contre.



a) Quadrilatères rose et vert : $p = 2 \cdot (\sqrt{2^2 + 3^2} + \sqrt{6^2 + 9^2}) = 8\sqrt{13} \approx 28,84$ cm

Quadrilatère bleu : $p = 4 \cdot (\sqrt{4^2 + 6^2}) = 8\sqrt{13} \approx 28,84$ cm

Les trois quadrilatères ont le même périmètre.

b) Rectangle $ABCD$: $A = 96$ cm²

Quadrilatères rose et vert : $A = 96 - 2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{6 \cdot 9}{2} \right) = 36$ cm² ($= \frac{3}{8} A_{ABCD}$)

Quadrilatère bleu : $A = \frac{8 \cdot 12}{2} = 48$ cm² ($= \frac{1}{2} A_{ABCD}$)

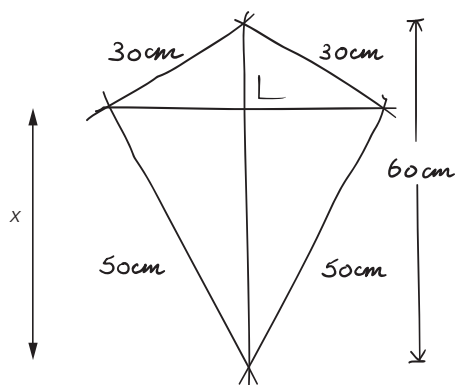
GM177 Cerfs-volants

Cerf-volant de Luce

$$50^2 - x^2 = 30^2 - (60 - x)^2$$

$$\text{Donc } x = \frac{130}{3} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A = 2 \cdot \frac{60 \cdot \sqrt{50^2 - x^2}}{2} = 400 \cdot \sqrt{14} \approx 1497 \text{ cm}^2$$

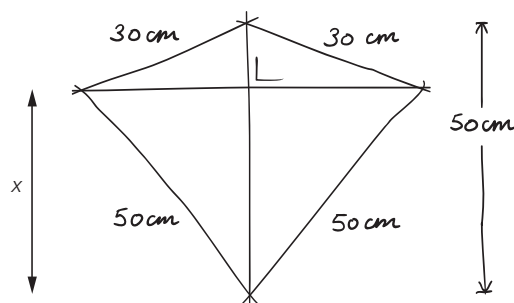


Cerf-volant de Martine

$$50^2 - x^2 = 30^2 - (50 - x)^2$$

$$\text{Donc } x = 41 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A = 2 \cdot \frac{50 \cdot \sqrt{50^2 - x^2}}{2} = 150 \cdot \sqrt{91} \approx 1431 \text{ cm}^2$$

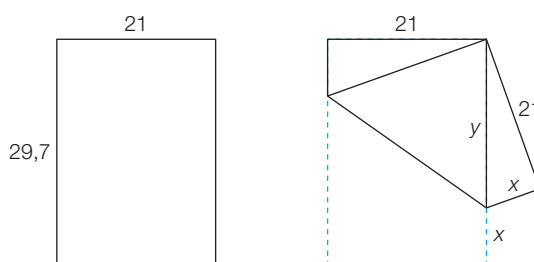


GM178 Avec du papier A4

$$x^2 + 21^2 = y^2 = (29,7 - x)^2$$

$$x \approx 7,43 \text{ cm}$$

$$\text{Aire du pentagone} = \frac{21 \cdot 29,7}{2} + \frac{21x}{2} \approx 389,82 \text{ cm}^2$$



Corrigé

GM179 Les triangles colorés

- a) Le grand triangle est partagé en 9 triangles isométriques.

Aire du triangle bleu : $\frac{1}{9} \cdot \text{aire du grand triangle}$

- b) Les trois triangles blancs ont chacun une base qui mesure les $\frac{2}{3}$ de la base correspondante du grand triangle et une hauteur correspondante qui mesure $\frac{1}{3}$ de la hauteur correspondante du grand triangle.

Chacun d'entre eux a donc une aire qui mesure les $\frac{2}{9}$ de l'aire du grand triangle.

Aire du triangle bleu : aire du grand triangle $- 3 \cdot \frac{2}{9} \cdot \text{aire du grand triangle}$
 $= \frac{1}{3} \cdot \text{aire du grand triangle}$

Corrigé

GM180 La quadrature du cercle

La diagonale du carré $ABCD$ mesure les $\frac{5}{2}$ du rayon du disque de centre O .

Soit r , le rayon du cercle.

$$\text{Aire du carré } ABCD = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{2}r\right)^2 = \frac{25}{8} \cdot r^2 = 3,125 \cdot r^2$$

$$\text{Aire du disque} = \pi r^2 \approx 3,14 \cdot r^2$$

Non, le carré et le disque n'ont pas la même aire. Ça aurait été trop simple!

Corrigé

GM181 Le carré tournant

L'aire colorée vaut toujours $\frac{1}{4}$ de celle du grand carré.

Corrigé

GM182 Chutes

a) Aire des chutes : $A = \pi \cdot 20^2 - 6 \cdot \frac{20 \cdot \sqrt{300}}{2} \approx 217,4 \text{ cm}^2$

b) Rapport : $\frac{\text{aire des chutes}}{\text{aire du disque}} \approx 17,3 \%$

c) L'aire des chutes est multipliée par $\left(\frac{50}{20}\right)^2 \Rightarrow \text{aire des chutes} \approx 1358,8 \text{ cm}^2$

L'aire du disque est aussi multipliée par $\left(\frac{50}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{\text{aire des chutes}}{\text{aire du disque}} \approx 17,3 \%$

Corrigé

GM183 Histoire d'aires

Le rayon des disques mesure 2,5 cm.

$$\text{Aire de la partie colorée : } A = \pi \cdot 2,5^2 + 3 \cdot (5 \cdot 2,5) \approx 57,13 \text{ cm}^2$$

Corrigé

GM184 Tourner en rond

- a) Elle dépasserait la longueur de l'équateur d'environ 6,28 m (2π).
- b) Il en serait de même dans le cas d'un ballon.

Dans les situations proposées, la ficelle tendue à une distance de un mètre d'une sphère, la différence des mesures des deux circonférences, quel que soit le rayon de la sphère choisi, est égale à environ 6,28 m (2π).

Corrigé

GM185 Doublement inscrit

Quel que soit le rectangle $ABCD$ choisi, le périmètre du polygone $IJKL$, qui est un losange, vaut, dans le cas présent, toujours 12 cm, c'est-à-dire quatre fois le rayon du cercle.

Corrigé

GM186 Le troisième sommet

La distance entre la verticale $x = -2$ et le point A est 6.

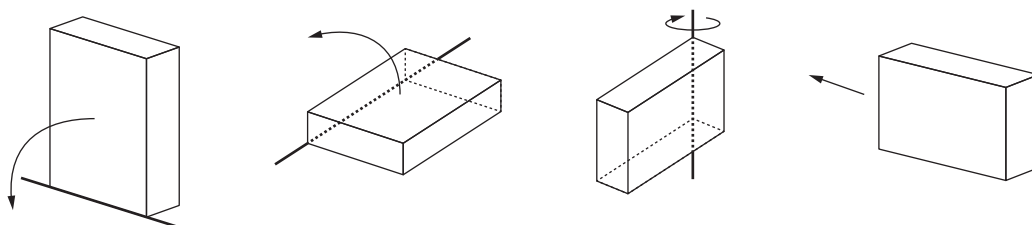
- a) Pour que l'aire du triangle ABC soit égale à 24, l'ordonnée du point C doit être à une distance de 8 du point $B(-2; 5)$. $\Rightarrow C = (-2; 13)$ ou $(-2; -3)$
- b) Pour que l'aire du triangle ABC soit égale à 48, l'ordonnée du point C doit être à une distance de 16 du point $B(-2; 5)$. $\Rightarrow C = (-2; 21)$ ou $(-2; -11)$
- c) Pour que le périmètre du triangle ABC soit égal à 24, l'ordonnée du point C doit être la même que celle du point A .
- $\Rightarrow C = (-2; -3)$

On aura alors $AC = 6$, $BC = 8$ et $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

Corrigé

GM187 Déménagement

Oui, on peut après avoir effectué les trois rotations suivantes.



La première rotation est possible, car la mesure de la diagonale de la face latérale de l'armoire ($\sqrt{240^2 + 65^2} \approx 248,65$) n'excède tout juste pas la hauteur de la pièce, soit 250 cm.

GM188 La pyramide alimentaire

- a) Volume de la maquette: $V = \frac{\frac{8,5^2}{2} \cdot 9,5}{3} \approx 114,4 \text{ cm}^3$
- b) Chaque face latérale de cette pyramide est un triangle isocèle avec
 une base $b = \sqrt{\frac{8,5^2}{2}} \approx 6,01 \text{ cm}$ et une hauteur $h = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + 9,5^2} \approx 9,96 \text{ cm}$.
 Les deux autres côtés mesurent $\sqrt{9,5^2 + 4,25^2} \approx 10,41 \text{ cm}$
- c) Les boissons devraient être le plus consommées, et les sucres et produits sucrés le moins consommés.
- d) La forme de la pyramide permet de montrer, dans une représentation à trois dimensions, une hiérarchie souhaitable, en termes de quantité et de fréquence de consommation, des différentes catégories d'aliments.

GM189 Parc hexagonal

$$OM \perp CD \text{ et } HM \perp OD$$

$$AB = BC = CD = OD = OA = 2 \text{ km}$$

$$CM = MD = 1 \text{ km}$$

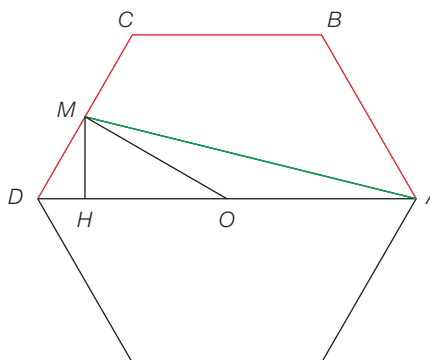
$$OM = \sqrt{3} \text{ km} \approx 1,73 \text{ km}$$

$$OH = 1,5 \text{ km}$$

$$HM = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87 \text{ km}$$

$$AH = 3,5 \text{ km}$$

$$AM = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{13} \approx 3,61 \text{ km}$$



La longueur du chemin le plus court qui la sépare de son point de départ est d'environ 3,61 km.

GM190 Boules de billard

$$\text{Masse d'une boule: } m = (787 - 160) : 3 = 209 \text{ g}$$

$$\text{Volume d'une boule: } V = 209 : 1,71 \approx 122,2 \text{ cm}^3$$

$$\text{Rayon d'une boule} = \text{Rayon de la boîte: } r \approx \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 122,2}{4\pi}} \approx 3,1 \text{ cm}$$

$$\text{Volume de la boîte: } V \approx \pi \cdot r^2 \cdot (6 \cdot r) \approx 550 \text{ cm}^3$$