

**GM121 Du cylindre au cône**

- a) Le volume du cône ( $V_{\text{cône}}$ ) est compris entre le volume des trois cylindres empilés ( $V_{3 \text{ cylindres}}$ ) et le volume des quatre cylindres empilés ( $V_{4 \text{ cylindres}}$ ).

$$V_{3 \text{ cylindres}} = \pi \cdot 15^2 \cdot 20 + \pi \cdot 10^2 \cdot 20 + \pi \cdot 5^2 \cdot 20 = 7000\pi \approx 21\,991,1 \text{ cm}^3$$

$$V_{4 \text{ cylindres}} = \pi \cdot 20^2 \cdot 20 + V_{3 \text{ cylindres}} = 15\,000\pi \approx 47\,123,9 \text{ cm}^3$$

$$\text{Donc: } 21\,991,1 \text{ cm}^3 < V_{\text{cône}} < 47\,123,9 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{cône}} = (7000\pi + 15\,000\pi) : 2 = 11\,000\pi \approx 34\,560 \text{ cm}^3$$

- b) Cette « fourchette » peut être resserrée en augmentant le nombre de cylindres.

Par exemple, avec 9 et 10 cylindres :

$$V_{9 \text{ cylindres}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 8 + \pi \cdot 4^2 \cdot 8 + \dots + \pi \cdot 18^2 \cdot 8 = 9120\pi \approx 28\,651,3 \text{ cm}^3$$

$$V_{10 \text{ cylindres}} = \pi \cdot 20^2 \cdot 8 + V_{9 \text{ cylindres}} = 12\,320\pi \approx 38\,704,4 \text{ cm}^3$$

$$\text{Donc: } 28\,651,3 \text{ cm}^3 < V_{\text{cône}} < 38\,704,4 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{cône}} = \frac{9120\pi + 12\,320\pi}{2} = 10\,720\pi \approx 33\,680 \text{ cm}^3$$

- c) Volume d'un cylindre de même base et de même hauteur

$$V_{\text{cylindre}} = \pi \cdot 20^2 \cdot 80 = 32\,000\pi \approx 100\,531,0 \text{ cm}^3$$

$$\text{Avec } V_{\text{cône}} = 10\,720\pi \approx 33\,680 \text{ cm}^3, \text{ on a: } \frac{V_{\text{cône}}}{V_{\text{cylindre}}} = \frac{10\,720\pi}{32\,000\pi} \approx \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc, avec ces approximations: } V_{\text{cône}} \approx \frac{1}{3} \cdot V_{\text{cylindre}}$$