

**GM174 Les théorèmes métriques**

Les trois triangles  $ABC$ ,  $ABH$  et  $ACH$  ont chacun un angle droit.

Deux à deux, ils ont un angle aigu en commun.

Ces trois triangles sont donc semblables.

Côtés correspondants		
Triangle $ABC$	Triangle $ABH$	Triangle $ACH$
$AB$	$BH$	$AH$
$AC$	$AH$	$CH$
$BC$	$AB$	$AC$

En écrivant les rapports de similitude entre les triangles  $ABH$  et  $ACH$ , on peut obtenir :

$$\frac{AH}{BH} = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot CH \quad (\text{Théorème de la hauteur})$$

En écrivant les rapports de similitude entre les triangles  $ABC$  et  $ABH$ ,

puis entre les triangles  $ABC$  et  $ACH$ , on peut obtenir :

$$\frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC \quad \text{et} \quad \frac{AC}{CH} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC^2 = CH \cdot BC \quad (\text{Théorème d'Euclide})$$

En regroupant ces deux expressions :

$$AB^2 + AC^2 = BH \cdot BC + CH \cdot BC = (BH + CH) BC = BC^2 \quad (\text{Théorème de Pythagore})$$