

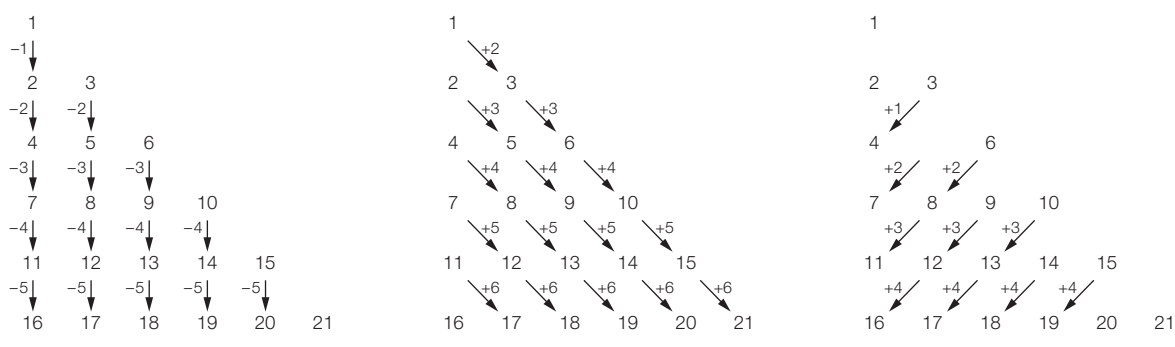
RS13 Où sont passés les mille ?

Intentions

- Résoudre un problème en mobilisant la stratégie de la démarche scientifique.

Éléments d'analyse a priori

Les élèves ne peuvent évidemment pas écrire tous les nombres de 1 à 1000, aussi doivent-ils trouver une relation entre le nombre, le numéro de sa ligne et de sa colonne. Pour cela, ils doivent mettre en place la stratégie de la démarche scientifique : faire des essais, conjecturer, tester, prouver. La présentation dans l'énoncé de l'écriture des premiers entiers évite aux élèves de faire des essais, ils peuvent directement émettre des conjectures. En voici quelques-unes :



Ces conjectures peuvent leur permettre de répondre à la question sans chercher à établir une formule. Par exemple, en s'appuyant sur le fait qu'il faut ajouter 1, puis 2, puis 3, ... pour passer d'un nombre de la première colonne au suivant permet de proche en proche d'atteindre le plus grand nombre entier inférieur à 1000. Il ne leur reste plus qu'à soustraire ce nombre à 1000 et ajouter 1 pour obtenir la ligne. Ici, le processus de preuve n'est pas nécessaire. Cette procédure est assez longue mais réaliste, surtout si les élèves disposent d'une calculatrice !

Si les élèves connaissent la formule qui permet d'établir la somme des n premiers entiers naturels ils peuvent calculer le nombre qui figure sur la première colonne de la $n^{\text{ième}}$ ligne : $1 + \frac{n(n-1)}{2}$ (ou le nombre de la dernière colonne de la $n^{\text{ième}}$ ligne : $\frac{n(n+1)}{2}$). Il ne leur reste plus qu'à chercher le plus grand entier n tel que $1 + \frac{n(n-1)}{2} \leq 1000$. Ils peuvent le faire par tâtonnement réfléchi ou en résolvant l'équation du second degré : $1 + \frac{n(n-1)}{2} = 1000$ et en prenant le plus grand entier inférieur ou égal à la plus solution positive trouvée. On trouve le numéro de la ligne en calculant la différence entre 1000 et la valeur de $1 + \frac{n(n-1)}{2}$ que l'on obtient lorsqu'on remplace n par le numéro trouvé pour la ligne.

Gestion de la classe

Face à des élèves bloqués, l'enseignant peut les inciter à continuer le début de rangement de nombres donnés dans l'énoncé et à faire des constatations relatives à la façon dont on passe du premier (ou dernier) nombre d'une colonne au nombre de la colonne suivante.

Lorsque les élèves ont trouvé la première procédure décrite ci-dessus, s'ils connaissent la formule de la somme des n premiers entiers naturels, l'enseignant peut les inciter à trouver une procédure qui nécessite moins de calculs.