

RS1 Le L

AB mesure 5,5 cm.

Une procédure possible :

L'aire de la figure tricolore vaut le tiers de l'aire totale, donc 21 cm^2 .

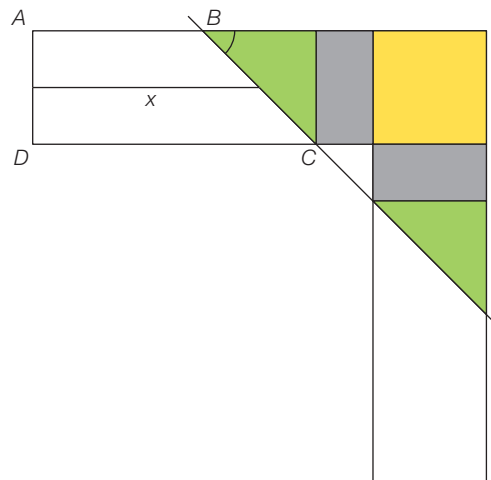
L'angle marqué vaut 45° , sinon le partage n'est pas équitable.

L'aire du carré jaune vaut 9 cm^2 , les deux triangles verts forment un carré d'aire 9 cm^2 .

L'aire d'un des deux rectangles isométriques gris vaut donc $(21 - 18) : 2 = 1,5 \text{ cm}^2$.

La largeur du rectangle gris est donc égale à 0,5 cm.

On en déduit la mesure $AB = 5,5 \text{ cm}$.

**Une autre procédure possible :**

$$A_{ABCD} = 21 \text{ cm}^2$$

$$3 \cdot x = 21$$

$$x = 7$$

$$AB = 7 - 1,5 = 5,5 \text{ cm}$$

RS2 La coiffe bigoudène

Les quatre triangles ont la même aire.

On peut montrer par exemple que l'aire de ECD est égale à celle de ABC .

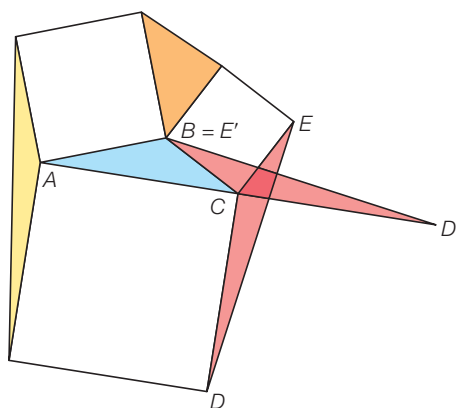
Il suffit d'effectuer une rotation de 90° de ECD autour de C . L'image de CE est $CE' = CB$, l'image de CD est CD' .

Les segments AC , CD et CD' sont isométriques. A , C et D' sont alignés.

Le segment BC est alors la médiane du triangle ABD' : elle le partage en deux triangles de même aire.

La même procédure peut être appliquée au triangle jaune (rotation autour de A de -90°) et au triangle orange (rotation autour de B de 90°).

Les quatre triangles possèdent donc la même aire.



RS3 Cubes empilés

Le volume d'un petit cube est de 27 cm^3 .

Liste des cubes: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, ...

Comme $216 + 64 = 280$, l'arête du cube inférieur « mesure » 6 petits cubes, celle du cube supérieur 4 petits cubes.

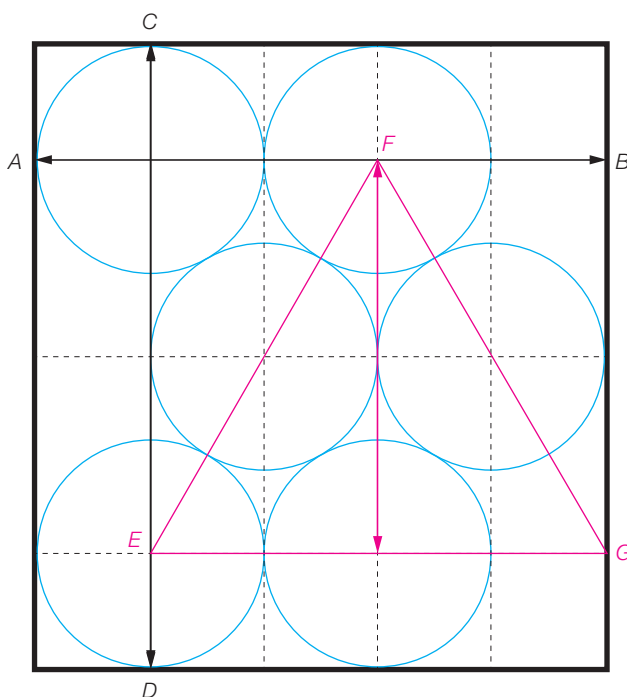
La hauteur totale est de 10 petits cubes, chacun d'arête 3 cm et de volume 27 cm^3 .

RS4 Les boules de Noël

Les deux autres dimensions de cette boîte sont 22,5 cm et $\sim 24,59$ cm.

La largeur de la boîte, AB , mesure cinq rayons de boule de Noël, soit 22,5 cm.

La longueur de la boîte, CD , est égale à la hauteur du triangle équilatéral EFG ($\sim 15,59$ cm) augmentée de deux rayons, soit $\sim 24,59$ cm.



RS5 Trois pétales

La somme des six angles marqués vaut 360° .

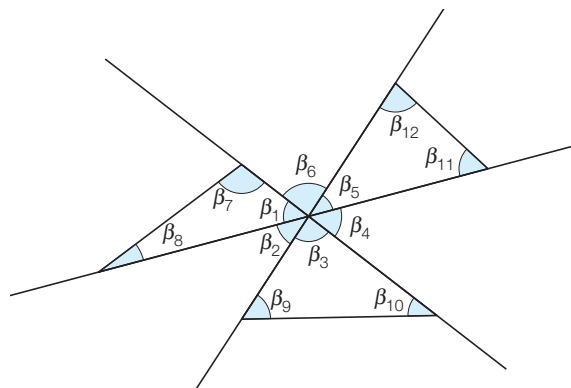
Comme $\beta_3 = \beta_6$ (angles opposés par le sommet)

$$\beta_1 + \beta_3 + \beta_5 = \beta_1 + \beta_6 + \beta_5 = 180^\circ$$

$$\text{Donc } (\beta_7 + \beta_8) + (\beta_9 + \beta_{10}) + (\beta_{11} + \beta_{12}) =$$

$$(180^\circ - \beta_1) + (180^\circ - \beta_3) + (180^\circ - \beta_5) =$$

$$540^\circ - (\beta_1 + \beta_3 + \beta_5) = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$



RS6 La visite de Paris

Ils ont visité la Tour Eiffel, l'Arc de Triomphe et la Tour Montparnasse.

RS7 Hôtel Ubus

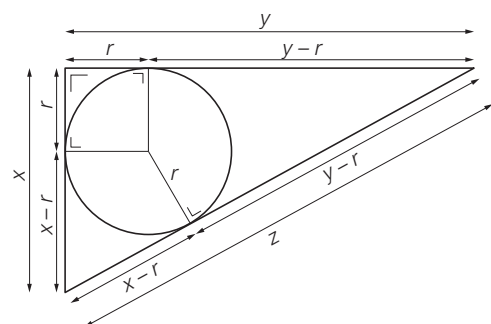
Chambre	Occupant vendredi soir	Occupant samedi soir	Occupant dimanche soir
1	Agnesi	Cauchy	Riemann
2	Bernoulli	Gauss	Pascal
3	Cauchy	Riemann	Agnesi
4	Descartes	Neper	Monge
5	Euler	Descartes	Neper
6	Fibonacci	Bernoulli	Gauss
7	Gauss	Pascal	Lebesgue
8	Hermite	Kronecker	Euler
9	Jordan	Germain	Hermite
10	Kronecker	Euler	Descartes
11	Lebesgue	Fibonacci	Bernoulli
12	Monge	Jordan	Germain
13	Neper	Monge	Jordan
14	Pascal	Lebesgue	Fibonacci
15	Riemann	Agnesi	Cauchy
16	Germain	Hermite	Kronecker

RS8 Le cercle de Séléna

Complété par trois rayons perpendiculaires aux côtés, le triangle est décomposé en un carré et deux cerfs-volants aux dimensions indiquées.

On a : $z = x - r + y - r = x + y - 2r$

donc $2r = x + y - z$ et $r = \frac{x + y - z}{2}$



RS9 Cité universitaire

L'étudiante qui reçoit la bourse de 800 francs vient du Ghana.

Le tableau ci-dessous résume la situation.

Chambre la plus à gauche

Chambre la plus à droite

Indonésienne	Tchèque	Ghanéenne	Turque
Biologie	Médecine	Physique	Chimie
3 ^e semestre	7 ^e semestre	5 ^e semestre	9 ^e semestre
850.–	700.–	800.–	900.–

Corrigé

RS10 Juges et journalistes

Il y a quatre juges, seul Bodmer est journaliste.

Si l'on attribue la profession de journaliste à Delacourt, on arrive à une contradiction.

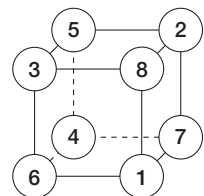
Si on lui attribue la profession de juge, alors et sans contradiction sur les affirmations, on peut déduire que seul Bodmer est journaliste.

Corrigé

RS11 Cube magique

Chaque face doit totaliser 18 (la somme des huit premiers nombres vaut 36, donc quatre nombres totalisent 18). Il y a plusieurs dispositions possibles.

Sur les huit quadruplets possibles totalisant 18 (pour une face), six sont constitués de deux doublets totalisant 9, et les deux derniers (1 ; 4 ; 6 ; 7) et (2 ; 3 ; 5 ; 8) seront forcément opposés, puisqu'ils n'ont aucun nombre commun.



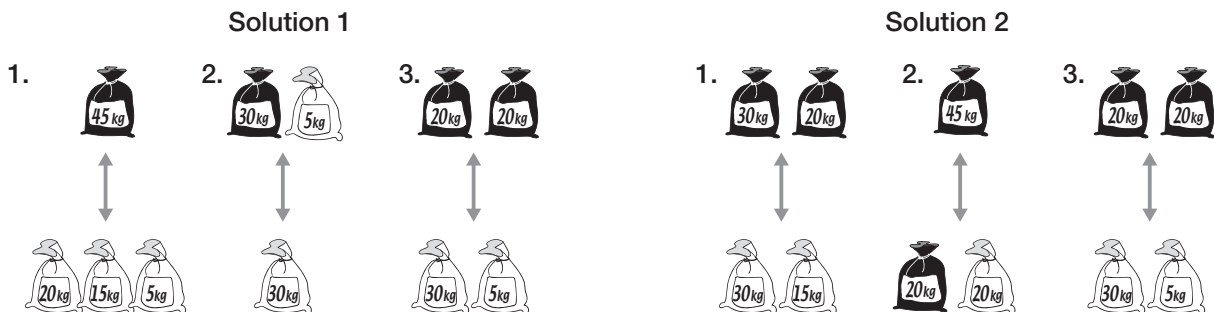
Si l'on place le quadruplet (1 ; 4 ; 6 ; 7) en bas, avec le nombre 1 devant et à droite pour orienter le cube, il reste trois nombres à placer : 4-6-7, ce qui offre $3! = 6$ permutations, donc six manières d'organiser la face inférieure et, par voie de conséquence, six solutions au problème posé.

Les représentations possibles de ces six cubes, sont, elles au nombre de 144 : en conservant le 1 à sa place, on peut mettre le quadruplet (1 ; 4 ; 6 ; 7) à droite (6 autres représentations possibles) ou devant (encore 6 autres), soit 18 représentations avec le 1 à cette place.

Comme le 1 peut occuper chacun des huit sommets, il y aura $18 \cdot 8 = 144$ représentations.

RS12 Poulie

On a droit à trois opérations (pas moins à cause des 50 kg maximum, pas plus à cause des 15 kg de différence entre la masse totale des sacs noirs et celle des sacs blancs), donc 5 kg de différence lors de chaque opération. Il y a deux solutions :



Corrigé

RS13 Où sont passés les mille ?

Le nombre 1000 se trouve sur la 45^e ligne et dans la colonne 10.

Si l'on numérote les lignes (L) et les colonnes (C) et que l'on s'intéresse au dernier nombre de chaque ligne, on obtient la suite de nombres suivante :

	C1	C2	C3	C4	C5
L1 → 1	1				
L2 → 3	2	3			
L3 → 6	4	5	6		
L4 → 10	7	8	9	10	
L5 → 15	11	12	13	14	15
...	16	17	18	...	
$L_n \rightarrow \frac{n \cdot (n+1)}{2}$					

Comme le dernier nombre de la ligne 44 (L44) est 990 ($\frac{44 \cdot 45}{2} = 990$), le premier de la ligne suivante (L45) sera 991 (C1), le 2^e 992 (C2), le 3^e 993 (C3),

Le nombre 1000 se trouvera donc sur la 45^e ligne et dans la 10^e colonne.

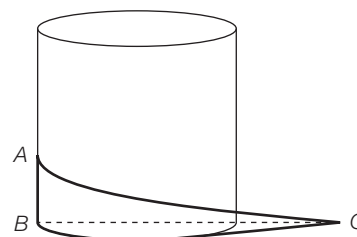
On obtient la valeur d'un nombre N par la formule suivante : $N = \frac{L \cdot (L-1)}{2} + C$.

On trouve la ligne d'un nombre N en prenant la valeur (arrondie à l'entier le plus proche) de $\sqrt{2N}$.

Sa colonne s'obtient par le calcul $N - \frac{L \cdot (L-1)}{2}$.

RS14 La chèvre et le chou

La chèvre pourra atteindre le chou.



La situation, vue de profil.

«Dépliée», la figure ABC forme un triangle rectangle en B , avec

- $AB = 3$ m;
- une longueur de corde égale à AC ;
- un côté BC dont on peut calculer la longueur grâce à la vue de dessus.



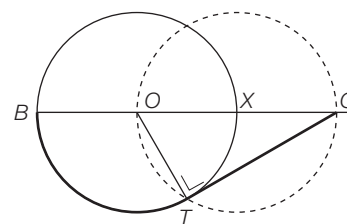
$$BO = OX = XC = OT = XT = 3 \text{ m}$$

$$\widehat{XOT} = 60^\circ, \widehat{BOT} = 120^\circ$$

La longueur du chemin BC =
longueur de l'arc \widehat{BT} + longueur de TC

$$BC = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6 + \sqrt{6^2 - 3^2}$$

$$BC = 2\pi + \sqrt{27}$$



Vue de dessus.

Et finalement, par Pythagore :

$$AC = \sqrt{(2\pi + \sqrt{27})^2 + 3^2}$$

$$AC \approx 11,86 \text{ m}$$

La corde mesurant 12 mètres, la chèvre pourra atteindre le chou.

RS15 Drôle de trapèze

L'angle α mesure 36° .

$ABCD$ est un trapèze isocèle.

ABC et ACD sont isocèles.

Les angles \widehat{BAC} et \widehat{ACD} sont égaux : ils sont alternes-internes.

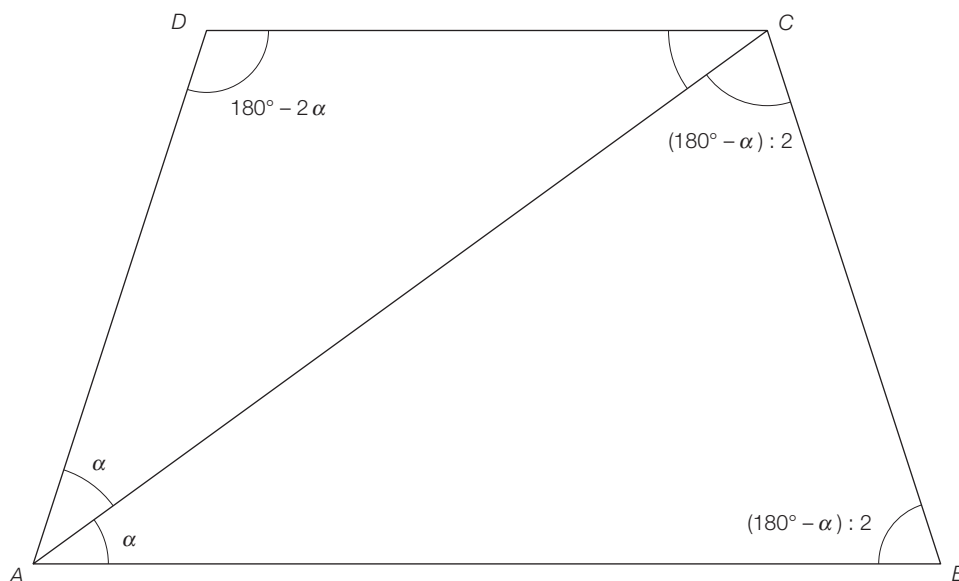
D'où :

$$180 - 2\alpha = \alpha + \frac{180 - \alpha}{2}$$

$$360 - 4\alpha = \alpha + 180$$

$$5\alpha = 180$$

$$\alpha = 36$$

**RS16 L'horloge de la gare de Mons**

Le train va partir à 1 h 48 ou à 7 h 48.

Une démarche consiste à considérer la différence entre l'heure lue correctement et l'heure lue à l'envers, ainsi que la moitié de cette différence.

Lecture	à l'endroit	à l'envers	différence	moitié de la différence
Sous l'horloge	reste 6 min	reste 3 h 30 min	3 h 24	1 h 42
Départ du train	reste 0 min	reste 3 h 36 min	3 h 36	1 h 48

La moitié de la différence indique la durée jusqu'à l'axe de symétrie de l'horloge, à savoir 0 h ou 6 h.

Au moment de la lecture de l'horloge, il est 1 h 42 de plus que l'heure « axe », soit 1 h 42 ou 7 h 42.

De même, le train partira 1 h 48 après l'heure « axe », soit à 1 h 48 ou 7 h 48.

RS17 La tarte aux fraises

Les enfants ont 2 ans, 2 ans et 9 ans.

1, 1, 36 1, 4, 9 2, 3, 6

La première réponse d'Eva permet de trouver 8 triplets,
d'où la demande de Luce (« Il me faut une autre information »).

1, 2, 18 1, 6, 6 3, 3, 4
1, 3, 12 2, 2, 9

La deuxième réponse de Luce (« Je regrette, mais... ») indique
que deux triplets au moins ont la même somme :

$1 + 6 + 6 = 13$
 $2 + 2 + 9 = 13$

Comme ces deux triplets indiquent la présence de jumeaux, la dernière indication d'Eva (« L'aîné aime la tarte aux fraises. ») permet alors de trouver la bonne réponse, celle où l'aîné n'est pas jumeau.

RS18 Raymond vs Billy

Il y a deux solutions :

La flotte A comptait 400 vaisseaux et la flotte B 225 bateaux.

ou

La flotte A comptait 576 vaisseaux et la flotte B 49 bateaux.

$7 = 1 + 6$, $1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37$; 37 n'est pas un carré parfait.

$7 = 2 + 5$, $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$; 29 n'est pas un carré parfait.

$7 = 3 + 4$, $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$; 25 est un carré parfait.

$25^2 = 625$, qui se décompose de deux manières en sommes de deux carrés parfaits:

$625 = 400 + 225 = 576 + 49$

D = 25, E = 9, F = 16 et A = 400, B = 225, C = 625

ou

D = 25, E = 9, F = 16 et A = 576, B = 49, C = 625

RS19 Que de triangles !

Il y a 27 triangles en tout.

5 triangles formés d'une pièce : 1, 2, 3, 4, 7

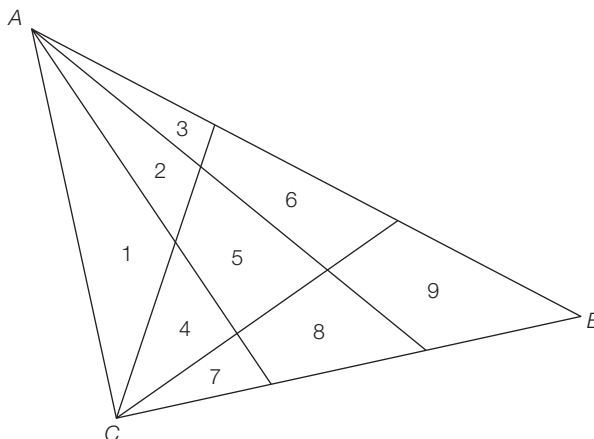
8 triangles formés de 2 pièces : 14, 25, 36, 12,
23, 47, 45, 78

6 triangles formés de 3 pièces : 123, 456, 789,
147, 258, 369

3 triangles formés de 4 pièces : 1245, 2356, 4578

4 triangles formés de 6 pièces : 123456, 456789,
124578, 235689

1 triangle formé de 9 pièces : 123456789

**RS20 La prison**

Il y a 45 prisonniers et 45 est la somme des entiers de 1 à 9.

Si les pièces triangulaires étaient « séparées », chaque gardien surveillant 17 prisonniers, alors il y aurait 68 prisonniers.

Il y a donc 23 prisonniers surveillés simultanément par 2 gardiens ($68 - 45$).

Les 3 cellules « extrêmes » ne sont gardées que par un seul gardien et comptent donc 22 « pensionnaires » ($45 - 23$).

$9 + 8 + 5 = 22$ et $9 + 7 + 6 = 22$ sont, dans ce cas, les seules façons de totaliser 22.

17 prisonniers occupent les 3 cellules « internes » (cf. donnée).

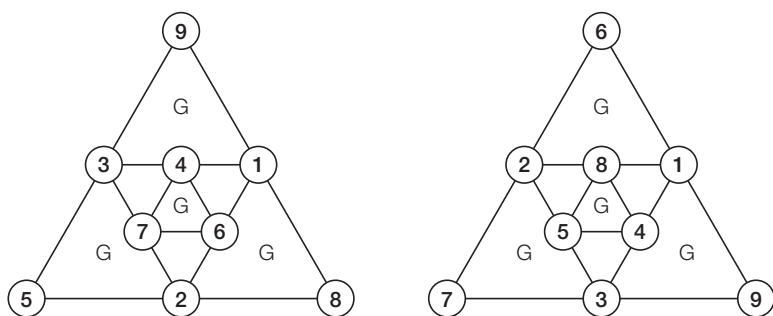
Les 3 cellules « milieu-externes » auront donc $23 - 17 = 6$ prisonniers.

Seule possibilité : $6 = 1 + 2 + 3$.

Avec 9, 8, 5 et 1, 2, 3 fixés, la seule façon d'obtenir 17 est : $17 = 4 + 6 + 7$.

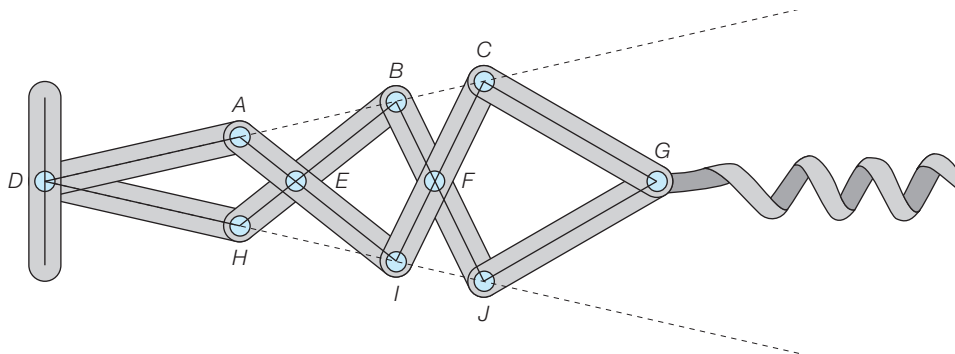
Avec 9, 7, 6 et 1, 2, 3 fixés, la seule façon d'obtenir 17 est : $17 = 4 + 5 + 8$.

D'où les deux solutions, à une isométrie près :



RS21 Drôle de tire-bouchon

L'angle formé par les deux tiges partant de la poignée mesure $\sim 25,7^\circ$.



L'angle \widehat{CGJ} vaut 60° , les segments CG et GJ sont isométriques, donc le triangle CGJ est équilatéral.

Si β désigne l'angle \widehat{ADH} , alors il est facile de montrer que \widehat{BHI} vaut 2β et que l'angle \widehat{CIJ} vaut 3β .

Le triangle CIJ est isocèle, l'angle \widehat{IJC} vaut 3β .

Dans le triangle isocèle DCJ , on a donc :

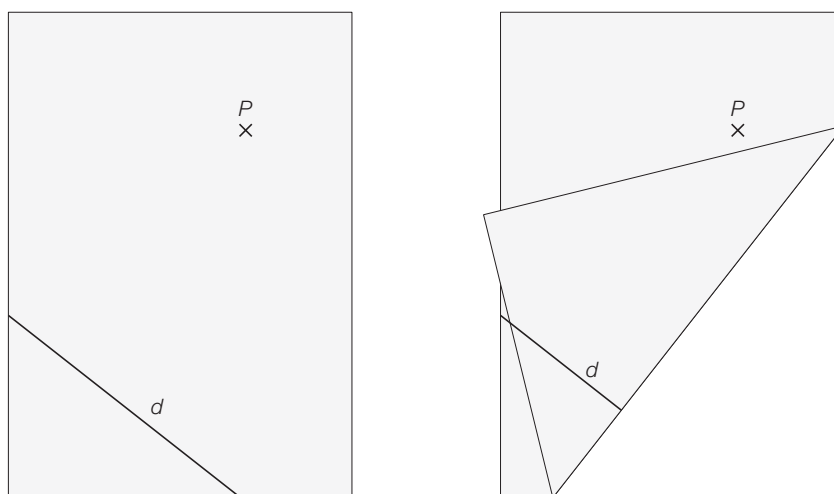
$$\beta + 3\beta + 3\beta = 180^\circ$$

$$7\beta = 180^\circ$$

$$\beta \cong 25,7^\circ$$

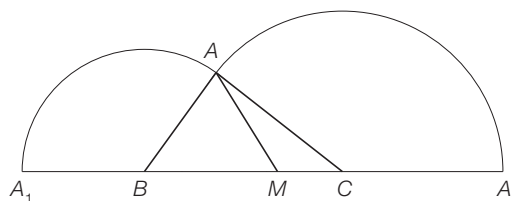
RS22 A plier

La parallèle à ce pli d passant par P est aussi la perpendiculaire à une perpendiculaire à d passant par P , deux droites facilement constructibles par pliage. La figure ci-dessous illustre la construction, par pliage, d'un pli perpendiculaire au pli d .



RS23 Les périmètres

Le point M se trouve au milieu du segment A_1A_2 , que l'on peut facilement construire en deux coups de compas.



Corrigé

RS24 $58 = 59 = 60$?

L'aire totale des six pièces vaut 59.

Contrairement à ce que pourraient laisser croire les calculs d'aires, les figures A et B ne sont pas des triangles, mais des pentagones, concave pour A , convexe pour B . Les hypoténuses des triangles vert et bleu foncé par exemple ne sont pas sur une même droite.

Il est facile de s'en convaincre: $\frac{7}{3} \neq \frac{5}{2}$.

Corrigé

RS25 Versement en liquide

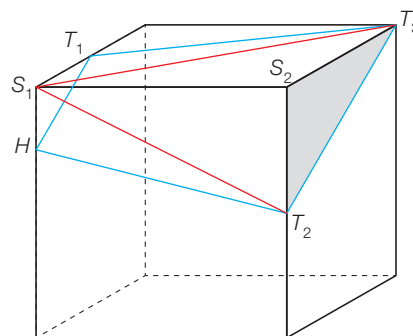
Il est impossible de transporter 200 litres d'eau.

Le volume maximal est obtenu lorsque T_1 , T_2 et T_3 sont dans un même plan horizontal.

Ce plan passe également par le point H .

Le volume du solide de sommets $S_1, S_2, T_2, H, T_1, T_3$ est supérieur à celui de la pyramide de sommets S_1, S_2, T_2 et T_3 .

Le volume d'eau transportable est à coup sûr inférieur à 198 dm^3 ($V_{\text{cube}} - V_{\text{pyramide}}$).



Le volume maximal transportable est de $184,5 \text{ l}$.

En effet, le solide de sommets $S_1, S_2, T_2, H, T_1, T_3$ est un tronc de pyramide dont le volume vaut $31,5 \text{ dm}^3$.

$$V_{\text{transportable}} = V_{\text{cube}} - V_{\text{tronc de pyramide}} =$$

$$6^3 - \left(\frac{\frac{6 \cdot 3}{2} \cdot 12}{3} - \frac{\frac{3 \cdot 1,5}{2} \cdot 6}{3} \right)$$

